

К вопросу о применении теоремы отсчётов для интерполяции данных малоглубинных волновых методов

- Романов В.В., РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, г. Москва.
- Новиков П.В., Посеренин А.И., РГГРУ им. Серго Орджоникидзе, г. Москва.

Аннотация: Статья поднимает вопрос о выборе шага дискретизации и возможности интерполяции данных волновых методов на основе интерполяционного ряда Уиттекера.

Ключевые слова: теорема отсчётов, волновые малоглубинные методы, интерполяция.

Введение

Основными волновыми методами, применяемыми для изучения верхней части разреза, являются инженерная сейсморазведка и георадиолокация. Их объединяет общие моменты теории, структура данных и параметры цифровой регистрации — шаг дискретизации, количество отсчётов на трассу, длина записи [Романов и др.2023][Романов и др.,2024]. Наравне с шагом приёма, выбор значения шага дискретизации — основной спорный момент при планировании и проведении полевых работ волновыми методами [Спаский, Банщиков, 2014].

Несмотря на широкий диапазон возможных шагов дискретизации в современной аппаратуре, в обосновании этого параметра зачастую допускаются ошибки. Слишком большие значения шага дискретизации с неизбежностью приводят к искажению спектра дискретизируемых сигналов — алиасинг-эффекту, последствия которого на стадии цифровой обработки неустранимы. Заниженное значение шага дискретизации означает, что количество отсчётов на трассу станет чрезмерным и это окажет нагрузку на все функциональные блоки регистрирующих каналов и вычислительные мощности системы обработки. Такая нагрузка может привести к “зависанию” программы регистрации, критически увеличить время записи накапливаемых

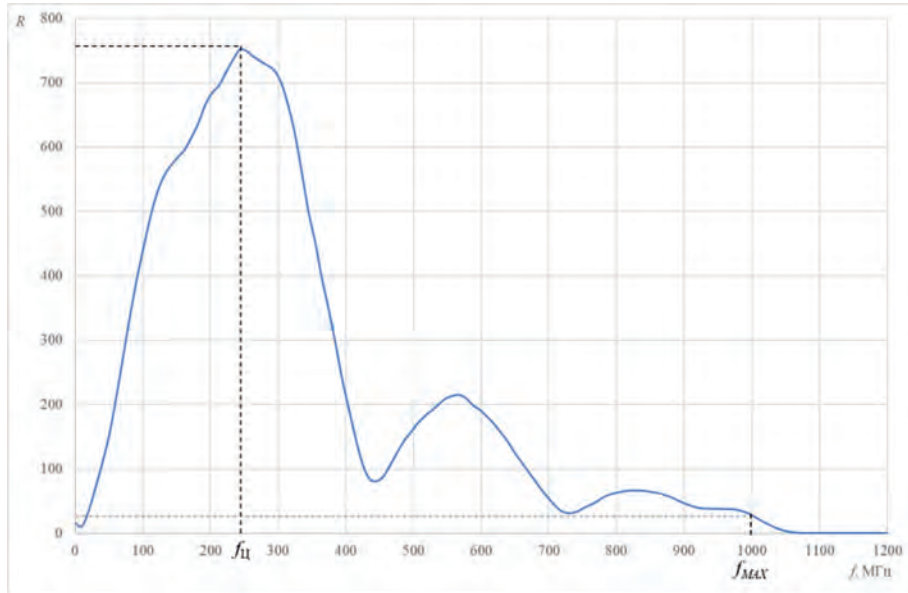
реализаций, выразиться в неоправданно большом занимаемым объёме памяти. Поэтому регистрация данных волновых методов на минимально обеспечиваемом аппаратурой шаге дискретизации не является рациональным решением.

Как правило, достаточно малым шагом считается выбранный на основе критерия из теоремы отсчётов с двукратным “запасом”.

$$\Delta t < \frac{1}{4f_{max}} \quad (1)$$

где f_{max} — оценка максимальной частоты теоретически нефинитного спектра дискретизируемого сигнала.

Уменьшение шага дискретизации вдвое относительно требования теоремы отсчётов применяется для учёта нефинитности спектра дискретизируемого сигнала, последующего восстановления его приближённым алгоритмом линейной интерполяции и для снижения искажения отдельных отсчётов [Спаский, Банщиков, 2014] до допустимого предела в 3 дБ. Применение указанного критерия на практике затруднено тем, что если центральная(преобладающая) частота f_c сигнала приближённо известна (в случае георадиолокации) или легко определяется по экстремуму на спектре (в сейсморазведке), то максимальная частота может меняться в очень широких пределах в зависимости от порога её оценки. Как правило, максимальная частота спектра в 3–4 раза больше цен-



▲ Рис. 1. Спектр трассы радарограммы, полученной антенным блоком АБ-250.

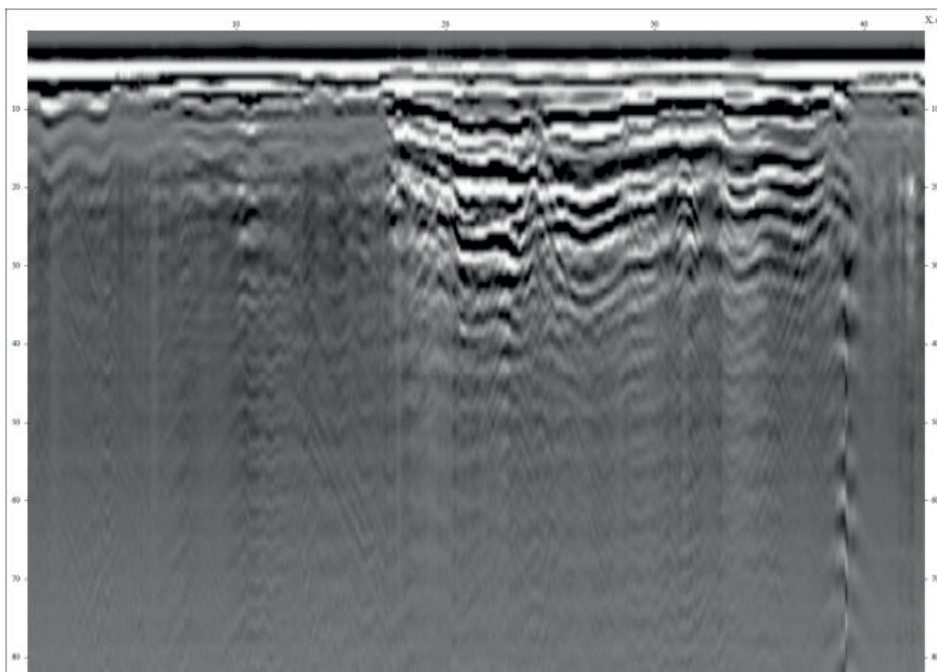
тральной частоты сигнала (Рис.1).

Поэтому критерий (1) можно переписать на основе более надёжно определяемого или заданного параметра — центральной частоты(2).

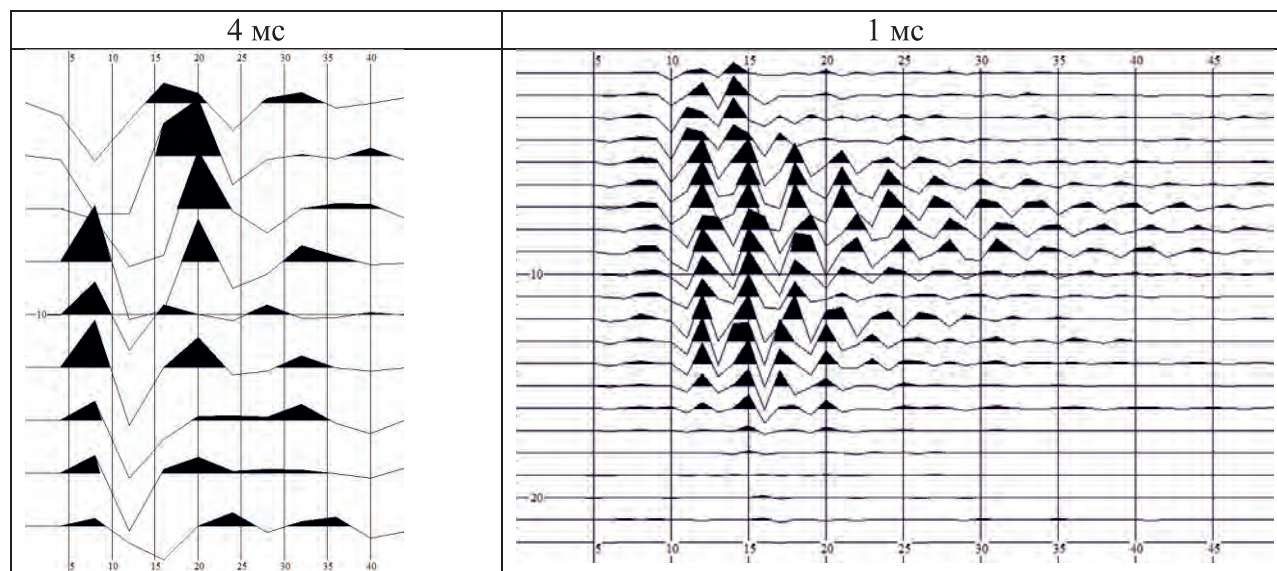
$$\Delta t < \frac{1}{16 \cdot f_{\text{Ц}}} \quad (2)$$

Например, для георадара с АБ-250 шаг дискретизации не должен превышать 0,25 нс. В некоторых радарах количество отсчётов на трассу фиксированно, например для серии ОКО-2 оно равно 512, что

соответствует предельной длине записи 128 мс. Увеличение длины записи свыше рекомендуемых значений в радарах ОКО-2 приводит к пропорциональному возрастанию шага дискретизации и утрате высоких частот спектра из-за воздействия анти-алиасинг фильтра. На рис. 2 показана радарограмма, полученная АБ-250 с длиной записи 400 нс и шагом дискретизации 0,78 нс, в центральной её части выделяются несколько осей синфазности с характерной "рваной" формой.



◀ Рис. 2. Радарограмма, полученная антенным блоком АБ-250 (ОКО-2) и с шагом дискретизации 0,78 нс.



▲ Рис. 3. Результаты ВСП с шагом дискретизации 4 и 1 мс.

В наземной инженерной сейсморазведке шаг дискретизации обычно выбирается на уровне 1,0 или 0,5 мс, в вертикальном сейсмическом профилировании, где центральная частота сигнала в несколько раз больше, шаг должен быть уменьшен до 0,20–0,25 мс. Для примера, на Рис.3 показаны фрагменты записи ВСП, полученный с шагом 1 и 4 мс. В результате слишком "грубой" дискретизации значительно искажены форма импульсов и значения отдельных отсчётов, снижена резкость вступления. Трассы ВСП, полученные с завышенным шагом дискретизации выделяются по пилообразной, угловатой форме.

Центральная частота целевой волны на записи рис.3 составляет 75 Гц, что указывает на необходимость шага дискретизации не менее 0,8 мс. Среди стандартных значений подходят 0,5 и 0,25 мс, но никак не применённые при регистрации 4 и 1 мс.

Вместе с тем, если для интерполяции применить интерполяционный многочлен Уиттекера, упомянутый в теореме отсчётов, то некоторые записи, полученные с избыточным шагом дискретизации, можно "исправить", чему и посвящена предлагаемая статья.

Метод решения

Задача исправления содержания трасс, полученных с недостаточно малым шагом дискретизации, решается за счёт их интерполяции с целым коэффициентом. Шаг дискретизации интерполированного временного ряда выбирается в несколько раз меньшим, чем определяется в теореме отсчётов, то есть берётся запас по частоте дискретизации. По теореме Котельникова-Шеннона сигналы, обладающие конечной энергией и финитным спектром, представимы в виде интерполяционного ряда Уиттекера (3).

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} s(i \cdot \Delta t) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta t}(t - i\Delta t)\right) \quad (3)$$

где Δt - шаг дискретизации, s — отсчёт исходного ряда, i — его индекс, sinc — синус-кардинал (функция отсчётов).

При введении в выражение (3) целочисленного коэффициента интерполяции m , показывающего во сколько раз уменьшится шаг дискретизации, в выражении сокращается шаг дискретизации исходного временного ряда (4). Исходный ряд при этом ограничивается диапазоном индексов $0 \dots N-1$.

$$s'_j = \sum_{i=0}^{N-1} s_i \operatorname{sinc}\left(\pi\left(\frac{j}{m} - i\right)\right) \quad (4)$$

где s — отсчёт исходного ряда, i — его индекс, s' — отсчёт интерполированного ряда, j — его индекс, N — количество отсчётов в исходном ряде.

И окончательно, с учётом быстрого убывания значения функции отсчётов, нет необходимости для интерполяции использовать все значения исходного ряда. Практически достаточно взять только $2 \cdot M + 1$ отсчётов, расположенных в окрестностях отсчёта с индексом $b(5)$. Рациональное значение M обычно не превышает 3–5.

$$b = \left\lfloor \frac{j}{m} \right\rfloor \quad (5)$$

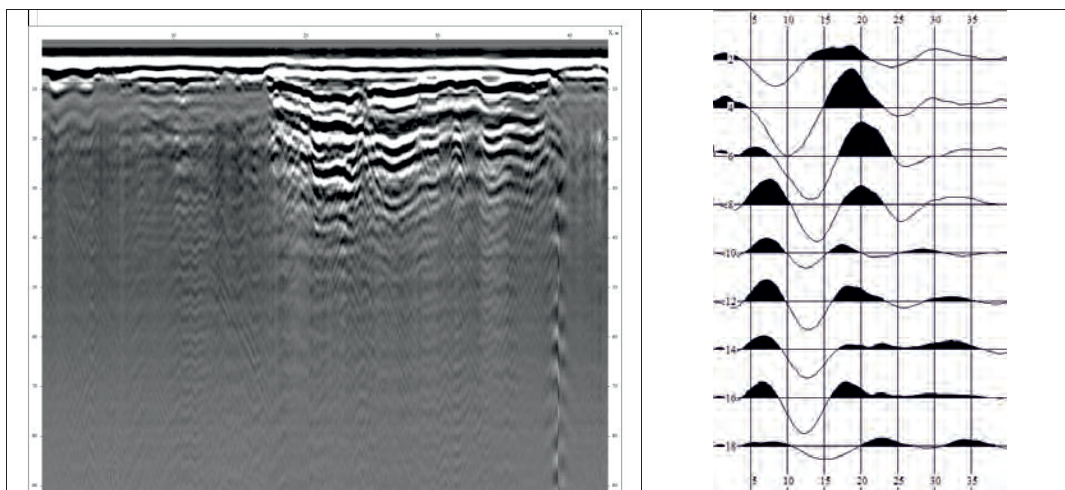
$$s'_j = \sum_{i=b-M}^{b+M} s_i \operatorname{sinc}\left(\pi\left(\frac{j}{m} - i\right)\right) \quad (6)$$

Слабым местом интерполяции на основе ряда Уиттекера является низкая скорость вычисления из-за многократного расчёта функции отсчётов. Этот недостаток легко решается предварительной оценкой всех возможных аргументов sinc и вычислением значений этой функции до интерполяции. На рис. 4 приведена схема расчёта для параметров интерполяции $m=2$ и $M=1$.

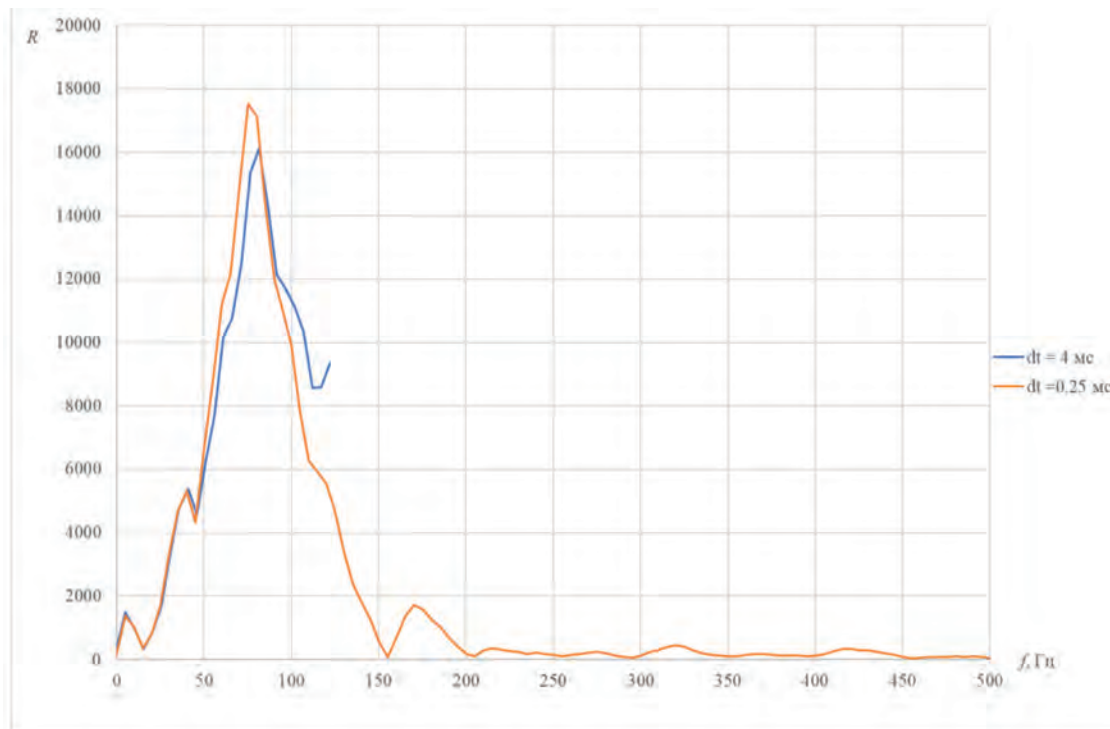
На рис. 5 показаны результаты передискретизации данных георадиолокации и ВСП, что наглядно демонстрирует положительный эффект от применённого алгоритма. Контурные осей синфазности значительно сгладились, пилообразная форма сигналов сменилась на более "естественную".

s	i	j	j/m	j/m-i	sinc	s'
0.000	0	0	0.0	1.5	-0.212	
		1	0.5			
0.368	1	2	1.0	0.5	0.637	
		3	1.5			0.670
0.685	2	4	2.0	-0.5	0.637	
		5	2.5			
0.905	3	6	3.0			
		7	3.5			
0.998	4	7	3.5			

▲ Рис. 4. Получение одного отсчёта интерполированного ряда на основе теоремы отсчётов.



▲ Рис. 5. Результаты интерполяции записанных данных ВСП и георадиолокации.



▲ Рис. 6. Результат передискретизации данных ВСП с шага 4 мс до 0,25 мс.

На рис. 6 показано, как применённая интерполяция привела к значительному расширению полосы спектра в область высоких частот, что благоприятствует таким процедурам обработки, как деконволюция и полосовая фильтрация.

Выводы

Применение интерполяции к данным георадиолокации и ВСП, полученным при формальном выполнении требований теоремы отсчётов, позволяет сгладить форму сигналов и осей синфазности, а также расширить спектр трасс в область высоких частот.

Литература

1. Романов В. В., Иванов А. А., Кауркин М. Д. Сравнение форматов хранения георадиолокационных данных // Георадар 2023 : Сборник тезисов научно-практической конференции, Москва, 22–24 марта 2023 года. – Москва: ООО "Издательский дом "Академия естествознания", 2023. – С. 88–89. – EDN JWHUVX.

2. Романов В.В., Кауркин М.Д., Андреев Д.О., Матюшенко А.А. Миграция данных георадиолокации с целью увеличения разрешающей способности // Приборы и системы разведочной геофизики. 2024. № 4 (83). С. 121–124.

3. Спасский Б. А., Банщиков А. И. О выборе шага дискретизации по времени и по пространству при регистрации полевых данных в сейсморазведке // Геофизика. – 2014. – № 5. – С. 62–67. – EDN SXXVQD.

4. Худяков, Г. Теорема отсчётов для цифровой обработки случайных процессов // Компоненты и технологии. – 2009. – № 5(94). – С. 110–113. – EDN MTFVRP.