

О некоторых возможностях айгеноскопии

- Исакевич В.В., Исакевич Д.В., ООО «Собственный вектор, г. Владимир
- Грунская Л.В., Владимирский государственный университет, г. Владимир

Аннотация.

Представлена айгеноскопия – новый подход к анализу временных рядов, основанный на формировании ансамблей и типологий собственных векторов и спектров собственных значений и позволяющий выявлять слабые (недоминирующие) составляющие временных рядов. Айгеноскопия может быть основой высокочувствительных методов изучения свойств среды, требующих меньшего внешнего воздействия – вплоть до перехода к пассивным методам.

Введение.

Цель данной работы – привлечь внимание разработчиков к возможностям, которые открывает конструкция анализатора рядов экспериментальных данных, получившего название «айгеноскоп» (от нем. Eigen – «собственный», греч. σκοπέω – «наблюдаю»). Эта конструкция закреплена в нескольких патентах, основной из которых – «Анализатор собственных векторов и компонент сигнала» [11].

Наиболее очевидными областями применения айгеноскопии в георазведке являются её использование для анализа микросейсмического фона, а также для анализа искусственно возбужденных сейсмических колебаний. Айгеноскопии могут быть подвергнуты любые данные, имеющие векторную форму – то есть данные, однотипная совокупность которых может быть представлена в виде матрицы (матрицы ансамбля).

При обработке дискретного временного ряда в айгеноскопе используются два времени – «длинное» и «короткое». Длинное время совпадает с длительностью временного ряда, короткое – выбирается исходя из решаемой задачи и представляет собой время на конечном интервале анализа. Матрицей ансамбля служит матрица, столбцы которой содержат последовательности отсчётов временного ряда на конкретных интервалах анализа. При представлении временного ряда на каждом из интервалов анализа

используется адаптивный ортонормированный базис, вид которого определяется свойствами самого временного ряда. Забегая вперед, скажем, что в качестве базисных функций в таком базисе используются собственные векторы ковариационной матрицы временного ряда, построенной на ансамбле – некотором наборе интервалов анализа.

Главной и, пожалуй, основной особенностью данного подхода является то, что базисные функции определяются свойствами самого временного ряда (в общем случае – матрицей ансамбля) и поэтому являются носителями его свойств. Эта особенность накладывает отпечаток на всю процедуру айгеноскопии: анализу подвергаются не только коэффициенты разложения временного ряда в базисе, но и сами базисные векторы.

Необходимость при айгеноскопии анализа базисных векторов ведёт к усложнению, однако такое усложнение оправданно. С математической точки зрения все ортонормированные базисы заданной размерности равноправны – они связаны друг с другом унитарными преобразованиями. Однако прагматический взгляд иной: среди всех ортонормированных базисов существует один особый, в котором представление временного ряда с заданной точностью будет наиболее выразительным, то есть потребует наименьшего числа компо-

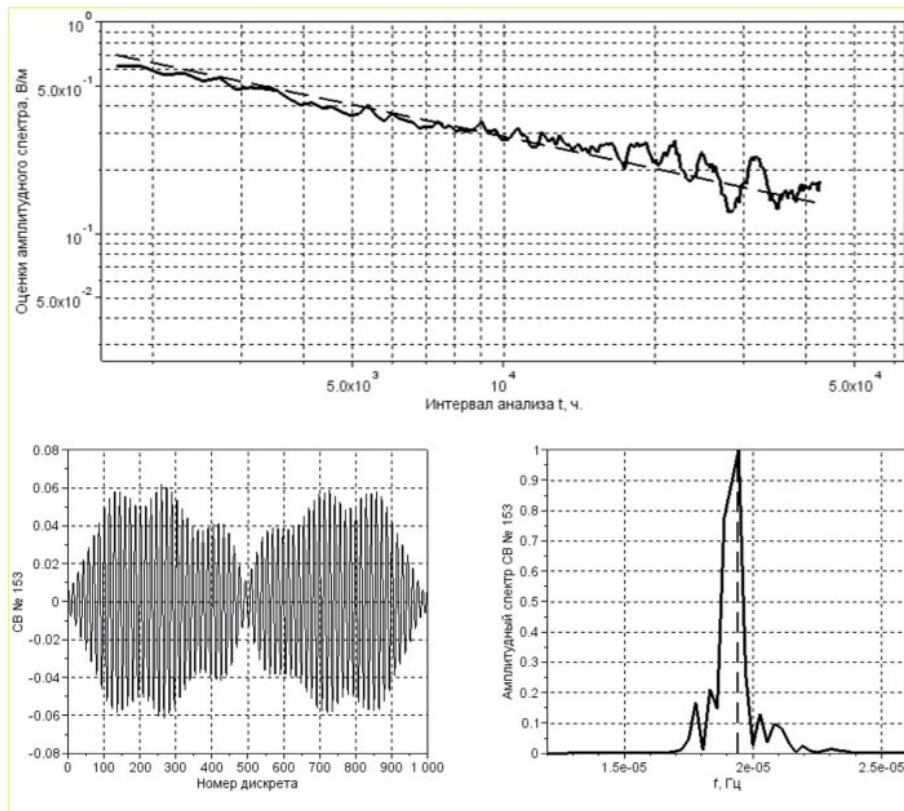


Рис. 1. Выявление составляющей, спектрально локализованной вблизи частоты лунного прилива $2N_2$, во временном ряде многолетних наблюдений вертикальной проекции электрического поля в приземном слое атмосферы Земли [10]. (а) Оценка амплитудного спектра уменьшается с ростом интервала анализа M как $1/\sqrt{M}$. (б) Собственный вектор №153 ковариационной матрицы временного ряда электрического поля и его амплитудный спектр.

нент. Именно такой, наиболее выразительный ортонормированный базис и используется в айгеноскопии. Во многих случаях такому базису можно придать ясный физический смысл.

В качестве иллюстрации на рисунке 1 приведён пример айгеноскопии временного ряда многолетних наблюдений вертикальной составляющей электрического поля в приземном слое атмосферы с целью выделения сигнала на частоте лунного прилива $2N_2$ [10].

Как видно из верхнего графика, при классическом спектральном анализе с увеличением интервала анализа оценка амплитудного спектра на искомой частоте монотонно убывает, а айгеноскопия выявляет на конечном интервале анализа негармоническую спектрально локализованную на искомой частоте составляющую со значительным уровнем амплитуды. Пример иллюстрирует, что в ряде случаев усложнение базиса, в котором ведётся анализ, вполне оправдано.

Девиз айгеноскопии: «Сперва разложение на наиболее выразительные ортогональные компоненты, а только потом анализ формы компонент и коэффициентов разложения».

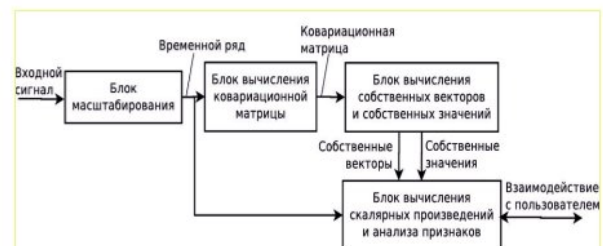


Рис. 2. Конструкция анализатора собственных векторов и компонент сигнала (айгеноскопа).

Опишем работу айгеноскопа с использованием обозначений, введённых Дираком и широко используемых в квантовой механике [9] – так называемой «бра-кет» нотации. В «бра-кет» нотации для обозначения вектора-строки используется обозначение $\langle \mathbf{a} |$, для вектора-столбца $|\mathbf{b}\rangle$, для их скалярного произведения $\langle \mathbf{a} | \mathbf{b} \rangle$ или $\langle \mathbf{b} | \mathbf{a} \rangle$.

В блоке вычисления ковариационной матрицы каждый элемент ансамбля представляется вектором-столбцом $|\mathbf{a}_i\rangle$, состоящим из M отсчётов, где M – число отсчётов на интервале анализа временного ряда

$$M = \frac{T_{\text{КИА}}}{\Delta t}, \quad (1)$$

где $T_{\text{КИА}}$ – длительность конечного интервала анализа (КИА); Δt – время дискретизации временного ряда.

Весь ансамбль представляется матрицей ансамбля $\mathbf{A} = [|\mathbf{a}_1\rangle, |\mathbf{a}_2\rangle, \dots, |\mathbf{a}_N\rangle]$, состоящей из N столбцов $|\mathbf{a}_i\rangle$, где N – объём ансамбля. Для ансамбля $\mathbf{A}$ вычисляется ковариационная матрица (матрица вторых нецентральных смешанных моментов) [18], имеющая размеры $M \times M$.

$$\mathbf{K}_{M \times M} = \frac{\mathbf{A}\mathbf{A}'}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\mathbf{a}_i\rangle\langle\mathbf{a}_i|, \quad (2)$$

где ‘...’ означает операцию транспонирования.

Для ковариационной матрицы $\mathbf{K}_{M \times M}$ поступающей с выхода блока вычисления ковариационной матрицы, с использованием того или иного известного алгоритма [19] в блоке вычисления собственных векторов и собственных значений определяется последовательность из M собственных векторов и собственных значений, удовлетворяющих следующим эквивалентным соотношениям

$$\mathbf{K}_{M \times M} |\psi_i\rangle = \lambda_i |\psi_i\rangle, \quad (3a)$$

$$\langle\psi_i| \mathbf{K}_{M \times M} = \lambda_i \langle\psi_i|, \quad (3b)$$

$$\langle\psi_i| \mathbf{K}_{M \times M} |\psi_i\rangle = \lambda_i, \quad (3b)$$

где $|\psi_i\rangle$ и $\langle\psi_i|$ – i -ый собственный вектор

в формах «бра» и «кет», соответственно; λ_i – i -ое собственное значение.

Начиная с работ Давида Гильберта [24] последовательность собственных значений λ_i , упорядоченных по убыванию, именуется спектром собственных значений. В дальнейшем наряду со спектром собственных значений будем использовать нормированные собственные значения $\tilde{\lambda}_i$, образующие нормированный спектр собственных значений

$$\tilde{\lambda}_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^M \lambda_i}, \quad (4)$$

Нетрудно показать, что $\tilde{\lambda}_i$ представляет собой относительный вклад i -ой компоненты в энергию временного ряда на интервале анализа.

Ковариационная матрица $\mathbf{K}_{M \times M}$ неотрицательно определена, поэтому её собственные значения $\lambda_i \geq 0$ [18]. Собственные векторы $|\psi_i\rangle$ ковариационной матрицы $\mathbf{K}_{M \times M}$ образуют в M -мерном унитарном пространстве ортонормированный базис, удовлетворяющий соотношению $\langle\psi_i|\psi_j\rangle = \delta_{ij}$, где δ_{ij} – символ Кронекера [18].

Любой элемент ансамбля $|\mathbf{a}_i\rangle$ представляется в виде

$$|\mathbf{a}_i\rangle = \sum_{j=1}^M \langle\psi_j|\mathbf{a}_i\rangle |\psi_j\rangle, \quad (5)$$

В блоке вычисления скалярных произведений и анализа признаков осуществляется анализ совокупности собственных векторов, спектров собственных значений (в том числе нормированных) и коэффициентов разложения, а также покомпонентный анализ ковариационной матрицы. Для анализа может быть использовано всё многообразие общеизвестных методов.

Следует отметить, что ковариационная матрица представляется через свои

собственные векторы и собственные значения

$$\mathbf{K}_{M \times M} = \sum_{i=1}^M \lambda_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i| = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{U}_{M \times M}^{(i)}, \quad (6)$$

где $\mathbf{U}_{M \times M}^{(i)} = |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$ – оператор проецирования на i -ый собственный вектор $|\psi_i\rangle$.

Как видно из соотношения (6), ковариационная матрица всего ансамбля распадается на M независимых друг от друга (ортогональных) слагаемых, вес которых определяется собственными значениями λ_i , а форма $\mathbf{U}_{M \times M}^{(i)} = |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$ – собственными векторами.

Если некоторая компонента $\lambda_i \mathbf{U}_{M \times M}^{(i)}$ в составе ковариационной матрицы описывает колебания, возбуждённые внешним воздействием, то можно предположить, что величина λ_i связана в большей степени с интенсивностью воздействия, а $|\psi_i\rangle$ – со свойствами среды, в которой возбуждено колебание. Из этого непосредственно следует, что уменьшение интенсивности внешнего воздействия будет приводить к уменьшению собственных значений λ_i , но не к изменению формы собственных векторов $|\psi_i\rangle$. Таким образом, айгеноскопия может служить основой высокочувствительных методов, требующих меньшего внешнего воздействия для изучения свойств среды – вплоть до перехода к пассивным методам.

Отличия айгеноскопии от других методов

Использование представлений временных рядов в базисах собственных векторов, равно как и соотношений (1)–(6), не является новым. Понятия собственных (нем. Eigen) векторов (функций) и чисел (значений) ввёл в оборот в начале XX в. Давид Гильберт [24]. В 1947 г. было предложено разложение Каруне-

на-Лозва – представление случайного процесса в базисе собственных функций, нашедшее широкое применение в задачах обнаружения, анализа и классификации [7, 21, 26].

В XX веке использование подобных представлений (включая метод главных компонент [6]) расширялось по мере роста доступных вычислительных мощностей. В 1970-е гг. на основе метода главных компонент для исследования хаотического поведения систем был предложен анализ сингулярного спектра [22, 28]. При анализе сингулярного спектра предполагается, что компоненты с большими собственными значениями соответствуют выявляемому хаотическому аттрактору [23].

В 1962 г. группой академика А. Н. Колмогорова предложен метод «Гусеница» для выявления во временных рядах периодичностей [1, 8]. Исследованы собственные функции, получаемые при анализе временных рядов методом «Гусеница», и условия точной и асимптотической разделимости компонент временного ряда [8]. В частности, доказано, что гармонические компоненты временного ряда могут быть отделены от тренда; гармонические компоненты с разной частотой могут быть разделены. Метод «Гусеница» позволяет выявлять компоненты с меняющейся амплитудой и фазой, а также низкочастотные компоненты и некоторые слабые периодические компоненты [8, 17]. Основные недостатки метода – неоднозначность выбора собственных векторов, большие объём вычислений и трудоёмкость [17].

Наряду с главными компонентами и компонентами временного ряда может анализироваться и сам базис собственных векторов; такой подход к обработке временных рядов известен как анализ эмпирических ортогональных функций [27].

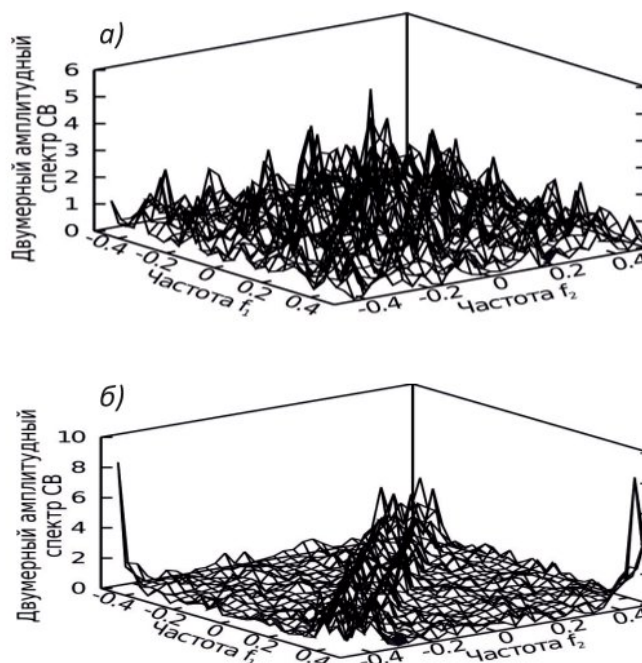
Отличия айгеноскопии от вышеприведённых методов лежат не в математической, а в прагматической плоскости. Если рассматривать айгеноскоп как универсальную измерительную конструкцию, то акценты с математических вопросов смещаются на технические и методические. Среди методических вопросов два главных – это способы формирования ансамблей для различных прикладных задач и поведение собственных векторов и спектров собственных значений – типологии. Эти два главных методических вопроса взаимосвязаны и пока что до конца не исследованы.

Особый интерес при айгеноскопии представляет анализ энергетически недоминирующих собственных векторов, имеющих малые собственные значения. Эти собственные векторы содержат информацию о слабых внутренних взаимосвязях в поведении ряда на интервале анализа, скрытых под более сильными доминирующими взаимосвязями, как правило, недоступную при других методах анализа.

Ансамбли и типологии:

Выявление недоминирующих составляющих потребовало формирования типологий – систематизированных описаний признаков, характеризующих собственные векторы и собственные значения для разных классов временных рядов и при разных способах формирования ансамбля. Для исследования типологий широко используется вычислительный эксперимент [16].

Авторами исследованы различные способы формирования ансамбля и построены типологии для разных классов временных рядов: периодических и квазипериодических рядов [12, 14], импульсных серий [15], стохастических



▲ Рис. 3. Двумерный амплитудный спектр собственного вектора (СВ) №2, полученный (а) – для белого гауссовского шума и (б) – для белого гауссовского шума с амплитудной модуляцией. Индекс модуляции – 0.05. Длина временного ряда – 1000 отсчётов.

временных рядов [13]. В частности, показано, что для выявления спектрально локализованных составляющих следует использовать в качестве ансамбля траекторную матрицу, а для выявления периодических и квазигармонических составляющих ансамбль должен состоять из отрезков временного ряда, сдвинутых друг относительно друга на фиксированное число отсчётов [12, 14]. Для анализа стохастических сигналов в гауссовском приближении (например, для выявления модуляции гауссовского шума – рисунок 3) ансамбль следует формировать не из отсчётов сигнала на интервале анализа, а из их попарных произведений [13].

Изучена типология собственных векторов и спектров собственных значений при айгеноскопии временных рядов колебаний в линейных системах. Показа-

но, что айгеноскопия позволяет выявлять слабые (в том числе затухающие) моды, резонансы, периодические параметрические воздействия; выявлять параметрические воздействия на линейную систему большой размерности (10^3 – 10^4 степеней свободы) [16].

Знание типологий позволяет строить эффективные схемы обработки и отображения информации, реализуемые в виде айгеноскопов. Общеизвестные вычислительные возможности позволяют при использовании стандартных АЦП выявлять инфранизкочастотные составляющие с уровнем до -80 дБ, лежащие в диапазоне 1-20 Гц при длине интервала анализа до $3 \cdot 10^4$ отсчётов и времени наблюдения до 5-15 минут – что позволяет надеяться на использование айгеноскопии при прямом поиске нефтегазовых месторождений в рамках подходов, аналогичных [2-5].

Использование айгеноскопии в междисциплинарных исследованиях показало эффективность [10, 20, 25].

Прикладное использование айгеноскопии находится в начальном состоянии; расширение использования в сильной степени зависит от заинтересованности исследователей и разработчиков. Авторами статьи разработаны прототипы айгеноскопов (в том числе на базе высокопроизводительных отечественных комплексов архитектуры «Эльбрус»), позволяющие продемонстрировать возможности подхода. Мы ждём контактов с заинтересованными исследователями и разработчиками.

Литература

1. Арато М., Колмогоров А.Н., Синай Я.Г. Об оценке параметров комплексного стационарного гауссовского марковского процесса / Докл. Акад. наук СССР, 1962, т.146, №4, с.747-750.

2. Арутюнов С.Л., Генделман Э., Графов Б.М., Карнаухов С.М., Кузнецов О.Л., Сиротинский Ю.В., Соколин Х. Способ поиска углеводородов (варианты), контроля эксплуатации углеводородной залежи. Патент РФ на изобретение №2161809. Приоритет 30.11.1998.

3. Арутюнов С.Л., Графов Б.М., Лошкарев Г.Л., Сиротинский Ю.В., Востров Н.Н., Казаринов В.Е., Кузнецов О.Л., Ремеев О.А., Шутов Г.Я., Кузин А.М., Кутеев Ю.М. Способ сейсморазведки при поисках нефтегазовых месторождений. Патент РФ на изобретение №2054697. Приоритет 29.12.1992.

4. Арутюнов С.Л., Лошкарев Г.Л., Графов Б.М., Сиротинский Ю.В., Новицкий М.А., Немтарев В.И., Кузнецов О.Л., Шутов Г.Я., Резуненко В.И., Черненко А.М. Способ вибросейсморазведки при поиске нефтегазовых месторождений. Патент РФ на изобретение №2045079. Приоритет 01.04.1992.

5. Арутюнов С.Л., Сиротинский Ю.В., Сунцов А.Е. Способ поиска углеводородов (варианты) и способ определения глубины залегания продуктивных пластов. Патент РФ на изобретение №2251716. Приоритет 25.06.2004.

6. Белонин М.Д., Голубева В.А., Скублов Г.Т. Факторный анализ в геологии. М.: Недра, 1982.

7. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том 1. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции: Пер. с англ. М.: Советское радио, 1972.

8. Данилов Д.Л., Жиглявский А.А. Главные компоненты временных рядов: метод «Гусеница». СПб.: Издательство Санкт-Петербургского университета, 1997.

9. Дирак П.А.М. Лекции по квантовой механике. М.: Издательство Мир, 1971, 242 с.

10. Исакевич В.В., Грунская Л.В., Исакевич Д.В. Выявление спектрально локализованных компонент на частотах лунных приливов во временных рядах вертикальной составляющей электрического поля пограничного слоя атмосферы Земли / Пространство, время и фундаментальные взаимодействия, 2014, №2, с.32-42.

11. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Грунская Л.В. Анализатор собственных векторов и компонент сигнала. Патент РФ на полезную модель №116242. Приоритет 30.09.2011.

12. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Грунская Л.В., Сушкова Л.Т., Лещев И.А. О характеристиках анализатора собственных векторов и компонент сигнала при анализе квазипериодических временных рядов / Методы и устройства передачи и обработки информации, 2014, №16, с.49-53.

13. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Грунская Л.В., Сушкова Л.Т., Лукьянов В.Е. Анализ собственных векторов матриц моментов четвертого порядка при выявлении амплитудной модуляции гауссовского шума / Нелинейный мир, 2014, т.12, №1, с.29-34.

14. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Грунская Л.В., Сушкова Л.Т., Лукьянов В.Е. Частотные свойства ковариационной матрицы и её собственных векторов при анализе полигармонических временных рядов / Электромагнитные волны и электронные системы, 2013, т.18, №11, с.24-33.

15. Исакевич Д.В., Исакевич В.В. Кардиогеноскоп – новая полезная модель обработки электрокардиограмм. М.: Издательство «Перо», 2014, ISBN 9-785000-862803, 138 с.

16. Исакевич Д.В. Основы анализа собственных векторов и компонент регулярных колебаний. М.: Издательство «Перо», 2015 – 140 с. [Электронное издание] ISBN 978-5-00086-934-5.

17. Кашкин В.Б., Рублева Т.В. Применение сингулярного спектрального анализа для выделения слабо выраженных трендов. / Известия Томского политехнического университета, 2007, т.311, №5, с.116-119.

18. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука, 1984, 831 с.

19. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. Издание 3-е, стереотипное – СПб.: Издательство «Лань», 2002. 736 с. ISBN 5-8114-0317-8.

20. Фирстов П.П., Исакевич В.В., Макаров Е.О., Исакевич Д.В., Грунская Л.В. Применение методики айгеноскопии для поиска

предвестников сильных землетрясений в поле почвенного радона (^{222}Rn) на Камчатке (август 2012 – август 2013 гг.) / Сейсмические приборы, 2014, т.50, №3, с.63-75.

21. Френкс Л. Теория сигналов: Пер. с англ. М.: Советское радио, 1974.

22. Broomhead D.S., King G.P. Extracting quilitative data from experimental data / Physica D, 1986, Vol.20, pp.217-236.

23. Ghil M. et al. Advanced spectral methods for climatic time series / Reviews of Geophysics, 2001, Vol.40, No.1, pp.1-41.

24. Hilbert D. Grundzuge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen. Lpz., 1912, pp.309.

25. Issakevich D.V., Chepenko V.V., Rudenko M.Y., Mamberger K.K. Cardio-eigenoscopy: significance of this new method in prognosis of risks of fatal arrhythmia progression in AMI patients / Open access journal Cardiometry, 2013, No.2, pp.104-123.

26. Karhunen K. Über lineare Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung / Ann. Acad. Sci. Fennicae. Ser. A. I. Math.-Phys., 1947, No.37, pp.1-79.

27. Navarra A., Simoncini V. A guide to empirical orthogonal functions for climate data analysis. Springer, 2010.

28. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence / Springer-Verlag: Lecture Notes in Mathematics, 1981, Vol.808.