

Теорема отсчётов – камень преткновения между Наукой и практикой?

■ Череповский А.В., СЕРСЕЛЬ, г.Москва

Каждый сейсморазведчик слышан о «теореме Котельникова» или «теореме отсчётов» и согласен с тем, что шаг дискретизации по времени выбирается на основании этой теоремы, которая гласит, что непрерывные аналоговые сигналы с ограниченным (финитным) спектром могут быть восстановлены по своим дискретным отсчётам, взятым с частотой, равной или большей удвоенной верхней частоты сигнала [6]. Но используются ли предписанные Котельниковым величины шага дискретизации в сейсморазведочной практике? Нет, на практике используются величины гораздо меньшие и для этого есть целый ряд причин, анализу которых и посвящена данная статья.

С доказательством теоремы отсчётов связывают имена целого ряда инженеров, работавших в области электросвязи и цифровых методов передачи сигнала в двадцатые-сороковые годы прошлого века: Карл Купфмюллер, Гарри Найквист, Клод Шеннон (в США) и В.А.Котельников (в СССР). В знаменитом энциклопедическом словаре по прикладной геофизике Р.Шерифа эту теорему называют «теоремой Найквиста» и «кардинальной теоремой» [6], а в российской науке и практике – преимущественно «теоремой Котельникова». Надо отметить, что только в 1999 году международный научный фонд Э.Рейна (Германия) признал приоритет академика В.А.Котельникова (1908-2005 гг.), наградив его премией в номинации «за фундаментальные исследования» за теорему отсчётов, математически точно сформулированную и доказанную им ещё в 1932-33 гг.

Сейсморазведчикам эта теорема понадобилась в 70-ые годы прошлого века, когда начался переход на цифровую регистрацию данных. Исходя из необходимости получить не менее 2 отсчётов на период, бесконечный колебательный процесс с диапазоном частот до 100 Гц достаточно дискретизировать с частотой 200 Гц (то есть с шагом 5 мс). И наоборот: если шаг дискретизации выбран равным 5 мс, то однозначно можно будет восстановить сигналы с частотами до 100 Гц. Первыми во внедрении цифровой регистрации были американцы, и эту удвоенную частоту они называли «частотой Найквиста».

Как известно, поначалу самым популярным шагом дискретизации при цифровой регистрации сейсмических данных стала величина 4 мс, что соответствует частоте Найквиста, равной 125 Гц. Но на самом ли деле можно без потерь восстановить частоты сейсмических волн до 125 Гц при таком большом шаге дискретизации? Конечно, нет. Этому есть как минимум три объяснения. Такой авторитетный американский геофизик, каким является Малькольм Лансли (вице-президент компании Серсель, Хьюстон), высказал такую точку зрения: «Во избежание аляйсинга (появления «зеркальных частот», «ложных частот» или «подменных частот») необходимо применять фильтры для подавления высоких частот при аналого-цифровом преобразовании. Эти фильтры в старых регистрирующих станциях были аналоговыми и довольно пологими. Поэтому, чтобы обеспечить достаточное подавление частот выше частоты Найквиста, выбирали значение антиаляйсингового фильтра, равное половине частоты Найквиста. И нормаль-

ное значение антиалаясингового фильтра при шаге дискретизации $SI = 2$ мс должно быть 125 Гц... По какой-то причине в популярных сейсмостанциях DFS-IV и DFS-V (производства «Texas Instrument») значение антиалаясингового фильтра было равно 128 Гц для $SI = 2$ мс. Позднее появились сигма-дельта аналого-цифровые преобразователи, антиалаясинговый фильтр стал цифровым, и благодаря его большой крутизне стало возможным устанавливать значение 0,75 или даже 0,8 от частоты Найквиста».

Это интересное объяснение, но достижимо ли восстановление сейсмических сигналов до частоты Найквиста при идеальном (воображаемом) прямоугольном фильтре? Был ли резон у того человека-плаката, который на одной из ежегодных выставок и конференций SEG ходил между стендами с броским лозунгом: «You cannot collect seismic with Nyquist!» («Вы не получите сейсмические данные, опираясь на Найквиста»).

Обратимся к нашей советской классике, а именно к справочнику геофизика, тому «Сейсморазведка» под ред. И.И.Гурвича и В.П.Номоконова [4]. Здесь сказано, что «частота квантования определяется на основании теоремы Котельникова». Но тут же даётся важнейшая поправка: «В практике сейсморазведки исследуемые процессы имеют ограниченную длительность, т.е. неограниченный спектр. Если ввести разумное допущение на ширину реального спектра, общий смысл теоремы Котельникова сохраняется. Для обеспечения передачи сейсмических сигналов с искажениями, не превышающими 3 дБ, необходимо, чтобы частота квантования превышала граничную частоту сигнала в 4,14 раза. Для уверенного преобразования сейсмических сигналов, лежащих в полосе частот до 100-120 Гц, частота квантования по времени должна составлять 500 Гц

(или $SI = 2$ мс). Сигналы, характеризующиеся меньшими частотами, дискретизируются с более высокой точностью».

Тогда недостижимость частоты Найквиста в сейсморазведке связана не только с конечной крутизной антиалаясинговых фильтров, но и с ограниченной длительностью сейсмических сигналов! Напомним, что теорема Котельникова была доказана для бесконечных колебательных процессов с ограниченным спектром, и поэтому она не может быть непосредственно применена на практике. В результате, сейсмические записи не могут быть восстановлены без потерь по дискретной последовательности отсчётов, и степень искажений, по всей видимости, увеличивается с приближением к частоте Найквиста. В «Англо-русском энциклопедическом словаре по геофизике» (2009 г.), а именно в статье “Nyquist theorem”, дано такое практическое решение [1]: «Исходя из требования, что искажения, вызванные квантованием, не должны превышать 3 дБ, получим, что частота квантования примерно в 4 раза выше, чем граничная частота (сигнала), что и принимается в практике сейсморазведки».

Надо сказать, что интуитивно геофизики-практики чувствуют, что 2 отсчёта на период – это неадекватный критерий. Например, графически легко показать, что дискретизация такой монохроматической бесконечной функции, как синусоида, вызывает очень большую неопределённость при 2 отсчётах на период – подробности можно найти в статье Б.А.Спасского и А.И.Банщикова [5], участвующих в дискуссии на тему выбора шага дискретизации в журнале «Геофизика». Получается, что и не все бесконечные функции могут восстанавливаться точно при использовании частоты Найквиста, и класс точно восстанавливаемых функций чётко не определён...

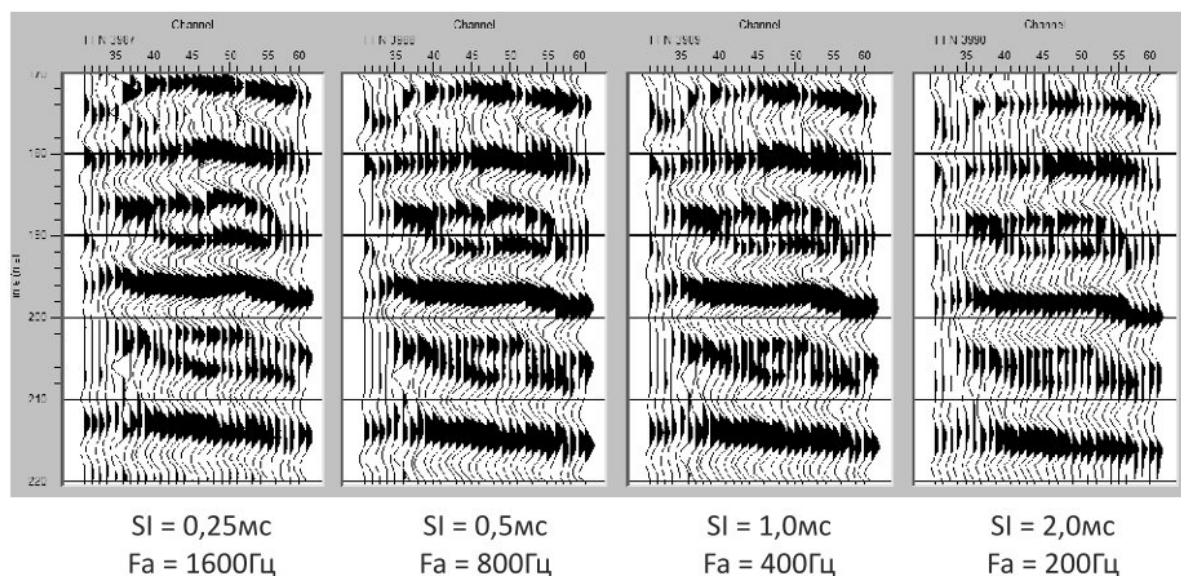
В своё время О.К.Кондратьев предложил свой путь выбора оптимального шага дискретизации, тоже сводившийся к 4 отсчётам на период [3]: «Использование правой граничной частоты сейсмических колебаний для выбора шага дискретизации по теореме Котельникова недостаточно. Для этого необходимо оценивать энергию спектров в области высокочастотных шумов и выбирать шаг дискретизации таким, чтобы аляйсинг-эффект не привёл к большому засорению рабочего диапазона зеркальными частотами этих шумов. По большей части достаточно удвоить правую граничную частоту...»

Это уже третье объяснение того факта, что частота Найквиста «не работает» в сейсморазведке и можно сказать, что общепринятого научного подхода к выбору оптимального шага дискретизации до сих пор нет. Обратимся к результатам опытных высокочастотных работ с одиночными взрывными скважинами и одиночными сейсмоприёмниками с собственной частотой 100 Гц (Рис.1).

На полевых сейсмограммах, получен-

ных последовательно с различными шагами дискретизации – от 0,25 мс до 2 мс – отчётливо видно, что при наименьшем шаге дискретизации уверенно регистрируются волны с периодом 4 мс (250 Гц) на временах регистрации 170-220 мс. Этот наименьший шаг дискретизации не такой уж избыточный, поскольку уже при шаге 0,5 мс (и антиаляйсинговом фильтре 800 Гц) волновая картина начинает размазываться, а при распространённом ныне шаге дискретизации 2 мс (и антиаляйсинговом фильтре 200 Гц) упомянутые высокочастотные колебания становятся, естественно, неразрешёнными и ослабленными. Это даёт пищу для размышлений!

Подытоживая вышесказанное, подчеркнём, что сама теорема Котельникова не вызывает никаких сомнений и не требует пересмотра, но условия, которые эта теорема накладывает на сигнал, никогда не выполняются в сейсморазведке. На практике сейсмические записи имеют не только конечную длительность, но и их спектр зачастую ограничен конкретными частотами – например, в



▲ Рис. 1. Фрагменты четырёх взрывных сейсмограмм с разными шагами дискретизации (SI) и частотами антиаляйсингового фильтра (Fa). Марки времени через 10 мс в окне времён регистрации от 170 до 220 мс.

Полевые материалы Ботубинской ГРЭ АК "АЛРОСА"

вибросейсморазведке, где диапазон излучаемых и регистрируемых частот редко превышает 3-4 октавы, и после виброкорреляции уровень амплитуд за пределами частот свип-сигнала может быть ниже на 40 дБ и больше...

Практические значения шага дискретизации, выбираемые в сейсморазведке, отличаются от предлагаемых теоремой Котельникова не менее, чем в 2 раза. То есть эксперимент не подтверждает применимость теоремы отсчётов (и использованной в ней модели сигнала) в сейсморазведке. Тогда нам нужна новая теорема отсчётов для сейсмических сигналов с ограниченной длительностью и (фактически) с ограниченным частотным диапазоном. Искажения, возникающие при дискретизации и восстановлении финитных сейсмических сигналов, должны зависеть от этих двух переменных и оптимальный шаг дискретизации должен быть функцией этих же переменных. Эти вопросы исследовал М.С.Денисов и предложил оригинальный подход с регистрацией пробной сейсмограммы и последующим расчётом её оптимальной дискретизации [2]. К сожалению, его математическое исследование пока не вполне понято и не поддержано.

Интересно, что в цифровой звукозаписи активно обсуждается точно такая же проблема: какая частота дискретизации является разумно достаточной? Как известно, человеческое ухо слышит примерно до 20 кГц и, исходя из теоремы Котельникова, музыку достаточно оцифровывать с частотой 40 кГц. Соответственно, для «ширпотреба» (записи музыки на CD-диски) выбрали частоту 44,1 кГц. Но в студиях звукозаписи применяют частоту 96 и даже 192 кГц, и мой знакомый звукоинженер говорит, что разница в качестве звука большая...

В заключение хотел бы отметить, что в нашей отрасли наметилась тенденция

применения всё более высокой частоты дискретизации при сейсморазведочных работах на нефть и газ. В настоящее время большинство Заказчиков предпочитает шаг дискретизации 2 мс, но иногда применяется и 1 мс. Какой же шаг дискретизации является разумно достаточным с учётом высоких современных требований к сохранению динамики сигнала? Наука всё ещё в долгу перед практиками в этом вопросе.

Литература:

1. Англо-русский энциклопедический словарь по геофизике под ред. В.А.Ерхова и А.В.Михальцева. — М., Федеральное агентство по недропользованию, 2009.
2. Денисов М.С. О выборе шага дискретизации при цифровой регистрации сейсмических трасс. (Ответ на письмо, поступившее в редакцию журнала «Геофизика») // Геофизика, 2013. №3. С. 68–74.
3. Кондратьев О.К., 1992, Теоретические основы цифровой записи сейсмических колебаний. — М.: изд. Нефтегеофизики, 1992. — 68 с.
4. Сейсморазведка. Справочник геофизика, под ред. И.И.Гурвича и В.П.Номоконова. — М., «Недра», 1981. — 464 с.
5. Спасский Б.А., Банщиков А.И. О выборе шага дискретизации по времени и по пространству при регистрации полевых данных в сейсморазведке // Геофизика, 2014. №5. С. 62-67.
6. Sheriff R.E. Encyclopedic dictionary of applied geophysics, Fourth edition.SEG, Tulsa, OK, USA, 2002.

Подробнее об авторе



Череповский
Анатолий Викторович

Региональный геофизик
по России и СНГ
компании SERCEL, к.т.н.