

К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО СЕЙСМОПРИЁМНИКА

А.В. Рыжов, ГФУП "ВНИИГеофизика", г. Москва

В настоящее время наибольшее количество видов и объёмов сейсморазведочных работ проводят с электродинамическими сейсмоприёмниками скорости. Теоретические исследования этих сейсмоприёмников, начатые в [2], были продолжены сначала в [10], а затем в [6]. При выводе передаточной функции электродинамического сейсмоприёмника в [6] было сделано предположение о том, что существующая между каркасом и обмоткой катушки индуктивная связь поворачивает фазу сигнала на 180° . Это предположение, снизив до третьей степени многочлена знаменателя передаточной функции сейсмоприёмника, позволило упростить промежуточные преобразования. Вычисленная передаточная функция и построенная по ней АЧХ совпали с передаточной функцией и АЧХ сейсмоприёмника, рассмотренного в [10]. Совпадение результатов теоретических исследований, казалось, подтвердили сделанное предположение. В соответствии с результатами исследований, проведённых в [10] и [6], АЧХ электродинамического сейсмоприёмника после частоты $1/\tau_3$ (где τ_3 — постоянная времени каркаса катушки) должна была бы спадать до нуля. В этом сейсмоприёмнике частота $1/\tau_3$ превышает несколько килогерц и не искажает график АЧХ в рабочем частотном диапазоне и, поэтому, не возникала необходимость в её экспериментальной проверке.

Ошибочность сделанного в [6] предположения о повороте фазы сигнала, осуществляемом индуктивной связью в сейсмоприёмнике, была обнаружена при создании электродинамического сейсмоприёмника ускорений. В сравнении с сейсмоприёмником скорости в электродинамическом сейсмоприёмнике ускорений рассчитанная степень затухания, обеспечиваемая каркасом катушки, должна была увеличиться на порядок и во столько же раз должна была увеличиться постоянная времени τ_3 , а частота $1/\tau_3$ приблизиться к верхней границе рабочего частотного диапазона. Проведённые экспериментальные исследования выявили на этой частоте не спад, а подъём АЧХ сейсмоприёмника, т.к. индуктивная связь не поворачивала фазу сигнала на 180° . Результат экспериментальных исследований был учтён в [7] при разработке электродинамического сейсмоприёмника ускорений. В числителе передаточной функции сейсмоприёмника появились сомножители аperiodических звеньев, а знаменатель стал многочленом четвёртой степени. Из-за большой постоянной времени каркаса катушки разложение этого многочлена на простые множители в приемлемом символическом виде потребовало специально разработанного приёма для сейсмоприёмника с большой степенью затухания. В сейсмоприёмнике скорости из-за малого значения постоянной времени τ_3 разложение многочлена четвёртой степени будет проведено более простым известным приёмом [4].

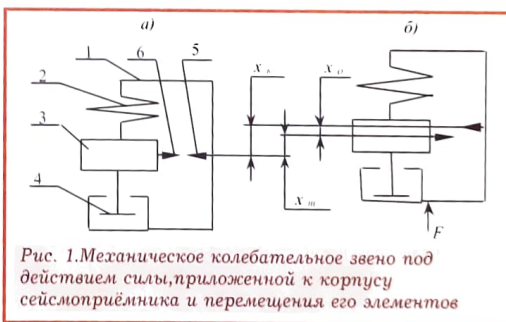
Кроме того, проведённые в последнее время исследования в [5] позволили найти (ниже рассмотренный) переход от выведенного в неинерциальной системе координат уравнения

движения основного звена сейсмоприёмника — механического колебательного к уравнению в инерциальной системе.

Электромеханическая схема, сигнальный граф и передаточная функция электродинамического сейсмоприёмника скорости перемещения его корпуса полностью совпадают с электромеханической схемой, сигнальным графом и передаточной функцией электродинамического сейсмоприёмника ускорений, рассмотренного в [7]. Общая для этих сейсмоприёмников передаточная функция имеет вид:

$$W(p) = \frac{U_{\text{вых}}}{p v_k} = \frac{acd(2b + 2fg)}{1 + 2bcp(2b + 2fg) + cfp(2bh + 2f)} \quad (1)$$

Ветвь a сигнального графа отображает передаточную функцию механического колебательного звена, являющегося основным в сейсмоприёмнике и представляющее собой инерционное тело, связанное пружиной с корпусом, воспринимающим колебания изучаемой среды. В основе устройства звена лежит закон инерции [1]. Этот закон, являющийся первым законом Ньютона, утверждает: материальное тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока какая-нибудь сила не изменит этого движения. Схема звена изображена на рисунке 1. С корпусом 1 соединена пружина 2. Второй конец пружины связан с



инерционным телом 3. Демпфирующее устройство 4 осуществляет затухание свободных колебаний инерционного тела относительно корпуса. Указатели 5 и 6 обеспечивают возможность наблюдения относительного перемещения корпуса и инерционного тела. Жёсткость пружины равна k , масса инерционного тела равна m , а затухание, создаваемое демпфером, пропорционально коэффициенту h . Механическое колебательное звено работает в сейсмоприёмнике как в режиме генератора, так и в режиме двигателя.

Входной сигнал механического колебательного звена, действующего в режиме двигателя, — это сила F , приложенная между инерционным телом и корпусом, а выходной сигнал звена — перемещение инерционного тела относительно корпуса (или прогиб пружины) x_o , равное в этом режиме x_m . В режиме двигателя уравнение движения механического колебательного звена имеет известный [8] вид:

$$m\ddot{x}_0 + h\dot{x}_0 + kx_0 = F \quad (2)$$

Прежде чем приступить к выводу уравнения движения механического колебательного звена в режиме генератора, рассмотрим два вида его равноускоренного движения из состояния покоя от постоянной силы, приложенной к нему. Движения будут отличаться тем, что время действия силы на звено в одном виде будет больше его постоянной времени τ_0 , во втором – меньше. Выбранные простейшие виды движения позволят провести их анализ на основе первых двух законов Ньютона и понятия равноускоренного движения системы под воздействием постоянной силы. Результаты анализа этих видов движения помогут понять важные особенности движения инерционного тела при работе механического колебательного звена в режиме генератора.

Сначала рассмотрим движение звена, когда время действия постоянной силы на него будет больше τ_0 . От силы, приложенной к звену, его корпус в соответствии со вторым законом Ньютона начнет равноускоренное движение. Ускорение является функцией от силы – независимой переменной, и направление вектора ускорения совпадает с направлением вектора силы [9]. Как установлено в [7], во время переходного процесса в механическом колебательном звене ускорения корпуса $\ddot{x}_k$, прогиба пружины $\ddot{x}_0$ и инерционного тела $\ddot{x}_m$ связаны уравнением:

$$\ddot{x}_k = \ddot{x}_0 + \ddot{x}_m. \quad (3)$$

В начале переходного процесса, на основании первого закона Ньютона, инерционное тело, стремясь сохранить своё первоначальное положение, будет изменять прогиб пружины, увеличивая развиваемую ею силу, до тех пор, пока ускорение прогиба пружины не будет равным нулю, а ускорения инерционного тела и корпуса станут равными. После окончания переходного процесса прогиб пружины будет постоянным и станет справедливым равенство:

$$m\ddot{x}_m = m\ddot{x}_k = kx_0 \quad (4)$$

Из (4) получим:

$$\ddot{x}_k = x_0 \omega_0^2 \quad (5)$$

где $\omega_0 = 1/\tau_0 = \sqrt{m/k}$ – круговая частота свободных колебаний звена.

В этом виде движения ускорение корпуса механического колебательного звена пропорционально прогибу пружины. При этом затухание, обеспечивающее качество переходного процесса, не участвует в равноускоренном движении звена.

Как известно из [8], длительность переходного процесса механического колебательного звена с оптимальной степенью затухания составляет $3\tau_0$.

Когда сила, действующая на корпус, будет менять своё значение с интервалом не менее $3\tau_0$, тогда прогиб пружины или относительное перемещение инерционного тела и корпуса становится естественной мерой измерения ускорения корпуса, а частотный диапазон сверху ограничен частотой $\omega_0/3$. Этот вывод совпадает с известным выбором частоты свободных колебаний пьезоакселерометра,

превышающей верхнюю частоту его частотного диапазона в три раза.

Рассмотрим второй вид движения, когда время действия постоянной силы на звено будет значительно меньше τ_0 . Пусть сила F будет действовать на корпус время, равное Δt и оно будет значительно меньше τ_0 . Затем сила F прекратит своё воздействие и к корпусу будет приложена сила $2F$, направленная противоположно, как показано на рисунке 2. Через время Δt сила $2F$ изменит направление и т.д. При таком воздействии сил на корпус вызываемые прогибом пружины ускорения инерционного тела в соответствии с первым законом Ньютона будут близки к нулю и инерционное тело будет оставаться почти неподвижным. Тогда в уравнении (3) $\ddot{x}_m$ будет намного меньше $\ddot{x}_0$, и будет справедливо выражение: $\ddot{x}_k \approx \ddot{x}_0$.



Рис. 2.

Дважды проинтегрировав уравнение (3) и определив постоянные интегрирования из начальных условий, получим аналогичное равенство для перемещений $x_k = x_0 + x_m$, а из него найдем $x_k \approx x_0$. Отношение сигнала на выходе к сигналу на входе механического колебательного звена является его передаточной функцией: $W(p) = \ddot{x}_0 / \ddot{x}_k = x_0 / x_k \approx 1$. В этом виде движения прогиб пружины или относительное перемещение инерционного тела и корпуса становится мерой измерения перемещения корпуса, а почти неподвижное инерционное тело – естественной точкой отсчёта этого перемещения. (Аналогично ведёт себя инерционное тело и при гармонических колебаниях корпуса с частотами, превышающими частоту свободных колебаний звена [6]). При этом демпфирующее устройство с одной стороны, обеспечивает затухание резонансных перемещений инерционного тела на частоте свободных колебаний, с другой – создаёт внутренний шум механического колебательного звена [1]. Кроме тепловой энергии, создаваемой затуханием, само затухание передаёт на инерционное тело колебания корпуса с силой, равной $h\dot{x}_0$ добавляя шумовые ускорения. Как известно, действующее на корпус механического колебательного звена ускорение, эквивалентное ускорению, вызываемому внутренним тепловым шумом демпфирующего устройства, равно [1]:

$$a = 7,1 \sqrt{kT \cdot \Delta f \cdot \frac{\beta f_0}{m}} \quad (6)$$

где $k = 1,3810^{-23}$ Дж/°К – постоянная Больцмана, $T = 300$ °К – абсолютная температура, Δf – рабочий частотный диапазон, β – степень затухания механического колебательного звена, f_0 – частота его свободных колебаний.

В соответствии с формулой (6) наименьший внутренний тепловой шум будет иметь механичес-

кое колебательное звено, применяемое в узком рабочем частотном диапазоне, с наименьшей степенью затухания и частотой свободных колебаний и с наибольшей массой инерционного тела.

Уравнение движения механического колебательного звена в режиме генератора в инерциальной системе координат получено в [7]. Это же уравнение корректно можно вывести и в неинерциальной системе координат. Система координат, движущаяся с ускорением, называется неинерциальной. В неинерциальных системах координат не выполняется ни закон инерции, ни второй закон Ньютона. В неинерциальной системе координат, движущейся с ускорением $\vec{a}$, законы механики будут справедливы только тогда, когда к силам, реально действующим на инерционное тело, будет добавлена сила инерции, направленная в сторону, противоположную ускорению системы:

$$\vec{F} = -m\vec{a}, \quad (7)$$

Первым получил уравнение движения механического сейсмографа в неинерциальной системе координат Б.Б. Голицын в [3]. Рассмотрим предложенный им способ составления уравнения движения механического колебательного звена, находящегося в состоянии покоя в этой системе координат. Приложим постоянную силу к корпусу звена. Под действием этой силы в соответствии со вторым законом Ньютона, корпус (неинерциальная система) начнёт движение с ускорением $\ddot{x}_k$, равным отношению силы к массе звена. Тогда за достаточно короткий промежуток времени, составляющий долю постоянной времени звена, в движении инерционного тела относительно корпуса на тело будет действовать сила инерции, определяемая формулой (7), и в механическом колебательном звене возникнет движение в режиме двигателя в соответствии с уравнением (2). Заменяя в (7) ускорение $\vec{a}$ на $\ddot{x}_k$ и подставив вместо силы $\vec{F}$ полученное выражение в (2), получим дифференциальное уравнение движения механического колебательного звена в режиме генератора в неинерциальной системе координат:

$$m\ddot{x}_o + h\dot{x}_o + kx_o = -m\ddot{x}_k \quad (8)$$

Достоверный, изящный и удивительно экономный в изложении способ, ярко подтверждающий эффективность применения понятия о неинерциальной системе координат. Уравнение (8) отличается от искомого знаком в его правой части. Отрицательный знак в (8) не отражает объективных физических свойств звена, а связан только с субъективным выбором исследователем неинерциальной системы, упрощающей вывод этого уравнения движения. Принимать (8) за истинное уравнение движения механического колебательного звена — ошибочно.

Полученное Б.Б. Голицыным уравнение движения инвертирующего сейсмографа, на самом деле, является уравнением движения не сейсмографа, а его механического колебательного звена в неинерциальной системе. И это уравнение является правильным, но промежуточным результатом и, получив его, Б.Б. Голицын затем должен был бы найти корректный переход от уравнения, выведенного в неинерциальной системе к уравнению в инерциальной системе, т.к. в теоретической механике не разработан общий способ такого перехода. Получив уравнение движения механического колебательного звена, совпавшее с уравнением движения инвертирующего механического сейсмографа, неверно полученным Е. Вихертом в [11],

Б.Б. Голицын ошибочно привёл его за искомым, оставив не решённой задачу по корректному выводу уравнения движения механического сейсмографа.

Решим задачу по преобразованию уравнения движения механического колебательного звена (8) из вспомогательной неинерциальной в инерциальную систему координат [5]. Вначале рассмотрим перемещение механического колебательного звена, изображённого на рисунке 1а, при его равноускоренном движении. В неинерциальной системе относительное перемещение инерционного тела и корпуса x_o , (рисунк 1б) равно:

$$x_o = x_m - x_k \quad (9)$$

Т.к. мы рассматриваем равноускоренное движение механического колебательного звена из начального положения состояния покоя на отрезке времени t , не превышающим доли постоянной времени звена, то первая производная от x_o будет равна $\dot{x}_o$, а вторая — $\ddot{x}_o$. Подставив в уравнение (8) вместо перемещения x_o выражения из (9), а вместо производных $\dot{x}_o$, $\ddot{x}_o$ их выражения $\dot{x}_m - \dot{x}_k$ и $\ddot{x}_m - \ddot{x}_k$, получим уравнение движения механического колебательного звена с выходным сигналом, равным перемещению инерционного тела в инерциальной системе координат [6]:

$$m\ddot{x}_m + h\dot{x}_m + kx_m = h\dot{x}_k + kx_k, \quad (10)$$

В инерциальной системе координат относительное перемещение инерционного тела и корпуса x_o (рисунк 1б) равно:

$$x_o = x_k - x_m \quad (11)$$

Выразив x_m из уравнения (11) и составив аналогичное уравнение для скорости $\dot{x}_m = \dot{x}_k - \dot{x}_o$ и для ускорения $\ddot{x}_m = \ddot{x}_k - \ddot{x}_o$, подставим их в (10) и получим дифференциальное уравнение движения механического колебательного звена в инерциальной системе координат:

$$m\ddot{x}_o + h\dot{x}_o + kx_o = m\ddot{x}_k. \quad (12)$$

Достоверное уравнение движения механического колебательного звена, применяемого в режиме генератора, проще получается в неинерциальной системе, но его преобразование в инерциальную систему координат потребовало неочевидного решения.

Придав уравнению движения (12) операторную форму записи, найдём передаточную функцию механического колебательного звена как отношение сигнала на выходе звена к сигналу на входе:

$$W(p) = \frac{x_o}{x_k} = \frac{\tau_o^2 p^2}{\tau_o^2 p^2 + 2\beta\tau_o p + 1}, \quad (13)$$

где $\beta = h/(2k\tau_o)$ — степень затухания.

Убрав из передаточной функции звена (13) затухание, получим передаточную функцию ветви а:

$$a = \frac{x_o}{x_k} = \frac{\tau_o^2 p^2}{\tau_o^2 p^2 + 1} \quad (14)$$

Передаточные функции остальных ветвей будут иметь такие же выражения, как и [6]:

$$b = K_{m1} = K_{m2}, \quad d = R_m, \quad c = \frac{1}{k(\tau_o^2 p^2 + 1)}$$

$$f = K_{f1} = K_{f2} \cdot c = \frac{1}{R_{12} + R_{13}} \cdot \frac{\tau_1 p + 1}{(\tau_1 + \tau_3)p + 1}$$

$$j = \frac{1}{R_3} \cdot \frac{0,5\tau_1\tau_3 p^2 + (\tau_1 + \tau_3)p + 1}{(\tau_3 p + 1)[(\tau_1 + \tau_3)p + 1]}$$

$$g = \frac{n_1}{n_1} \cdot \frac{0,5\tau_1(\tau_3 p + 1)p}{0,5\tau_1\tau_3 p^2 + (\tau_1 + \tau_3)p + 1}$$

$$h = \frac{E_{11}}{E_1} = \frac{n_1}{n_1} \cdot \frac{\tau_3 p}{\tau_3 p + 1}$$

Подставив значение ветвей $a, b, c, d, e, f, g, h, j$ в передаточную функцию (1), после преобразований получим:

$$W(p) = \frac{U_{вых}}{pX_1} = \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{13}} \cdot \frac{K_{f1}\tau_0^2(2\tau_3 p + 1) \cdot (\tau_3 p + 1)p^2}{\Sigma} \quad (15)$$

где $K_{f1} = 2K_{f2}$;

$$\begin{aligned} \Sigma = & [((\tau_1 + \tau_3)\tau_3)/\tau_0^2]\tau_0^4 p^4 + \\ & + [2\beta_{12} \cdot 2\tau_1^2/\tau_0^2 + 2\beta_{34} \cdot \tau_1\tau_3/\tau_0^2 + (\tau_1 + 2\tau_3)/\tau_0]\tau_0^3 p^3 + \\ & + [1 + 2\beta_{12} \cdot 3\tau_3/\tau_0 + 2\beta_{34} \cdot (1,5\tau_1 + \tau_2)/\tau_0 + \tau_3(\tau_1 + \tau_3)/\tau_0^2]\tau_0^2 p^2 + \\ & + \tau_3(\tau_1 + \tau_3)/\tau_0^2]\tau_0 p^2 + (2\beta_{12} + 2\beta_{34} + (\tau_1 + 2\tau_3)/\tau_0)\tau_0 p + 1 \end{aligned}$$

R_{12} -сопротивление обмоток; R_{13} -сопротивление шунта; K_{f1} -коэффициент преобразований сигнальных обмоток; $\tau_1 = L_{12}/(R_{12} + R_{13})$ -постоянная времени сигнальных обмоток; L_{12} -индуктивность сигнальных обмоток; $\tau_3 = \tau_4 = L_3/R_3 = L_4/R_4$ -постоянная времени короткозамкнутого каркаса; $L_3 = L_4$ -индуктивность каркаса; $R_3 = R_4$ -сопротивление каркаса; $\beta_{12} = K_{f1}^2 \tau_0 / 2m(R_{12} + R_{13})$ -степень затухания сейсмоприёмника от тока, протекающего через две последовательно соединённые обмотки; $\beta_{34} = K_{f2}^2 \tau_0 / mR_3$ -степень затухания, обеспечиваемого токами, протекающими в двух короткозамкнутых каркасах; K_{f2} -коэффициент преобразований каркаса.

Определение точного значения простых множителей многочлена четвёртой степени в общем виде является трудноразрешимой задачей. Если коэффициенты многочлена выразить числом, то решение задачи упрощается, и разложение многочлена на множители легче всего провести, определив корни уравнения четвёртой степени с помощью математической программы на компьютере.

Найдём в общем виде приближенное разложение многочлена Σ из формулы (15) на два сомножителя, каждый из которых выражается передаточной функцией колебательного звена. Для этого воспользуемся приёмом, применённым в [4]. Чтобы найти приближённые значения постоянных времени колебательных звеньев, достаточно приравнять нулю сумму действительных членов многочлена четвёртой степени. Оценим величину ошибки такого нахождения постоянных времени колебательных звеньев. Искомое разложение многочлена Σ представим в виде:

$$\Sigma = (\tau_{01}^2 p^2 + 2\beta_{01}\tau_{01}p + 1)(\tau_{02}^2 p^2 + 2\beta_{02}\tau_{02}p + 1) \quad (16)$$

где τ_{01} и τ_{02} -искомые постоянные времени, а β_{01} и β_{02} -степени затухания колебательных звеньев.

Перемножив трехчлены, выделим действительную часть многочлена и, приравняв её нулю, получим:

$$\tau_{01}^2 \tau_{02}^2 p^4 + (\tau_{01}^2 + \tau_{02}^2 + 4\beta_{01}\beta_{02}\tau_{01}\tau_{02})p^2 + 1 = 0$$

Заменив p на $j\omega$, а $j\omega$ на j/τ , и после подстановки решив уравнение, найдём:

$$\tau_{x1, x2}^2 = \left[\frac{1}{2} \cdot \tau_{01}^2 \left(1 + 4\beta_{01}\beta_{02} \frac{\tau_{02}}{\tau_{01}} + \frac{\tau_{02}^2}{\tau_{01}^2} \right) \right] \cdot \left[1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_{02}^2}{\tau_{01}^2} \left(1 + 4\beta_{01}\beta_{02} \frac{\tau_{02}}{\tau_{01}} + \frac{\tau_{02}^2}{\tau_{01}^2} \right)^2} \right]$$

В отличие от систем, рассматриваемых в электрических цепях [4] и в теории автоматического управления [8], в сейсмоприёмниках τ_{02} более чем на порядок меньше τ_{01} и поэтому вычитаемое, стоящее под знаком корня намного меньше единицы. Воспользовавшись известной формулой приближённых вычислений:

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2 \quad (17)$$

где $x \ll 1$, получим:

$$\begin{aligned} \tau_{x1}^2 &= \tau_{01}^2 \left(1 + 4\beta_{01}\beta_{02} \frac{\tau_{02}}{\tau_{01}} + \frac{\tau_{02}^2}{\tau_{01}^2} \right) \\ \tau_{x2}^2 &= \tau_{02}^2 \left(1 + 4\beta_{01}\beta_{02} \frac{\tau_{02}}{\tau_{01}} + \frac{\tau_{02}^2}{\tau_{01}^2} \right) \end{aligned}$$

Если τ_{01} будет больше $50\tau_{02}$, а $\beta_{01}\beta_{02}$ не будет превышать 0,25, то ошибка в определении τ_{01} и τ_{02} по указанному способу составит не более одного процента и тогда с достаточной точностью можно принять: $\tau_{x1}^2 = \tau_{01}^2$, $\tau_{x2}^2 = \tau_{02}^2$.

Итак, постоянные времени колебательных звеньев найдём, приравняв нулю действительную часть многочлена Σ из (15):

$$\tau_0^2(\tau_1 + \tau_3)\tau_3 p^4 + Y_1 \tau_0^2 p^2 + 1 = 0$$

где $Y_1 = 1 + 6\beta_{12} \tau_3/\tau_0 + \beta_{34}(3\tau_1 + 2\tau_3)/\tau_0 + (\tau_1 + \tau_3)\tau_3/\tau_0^2$.

Заменив p на $j\omega$, а $j\omega$ на j/τ , и после подстановки решив уравнение, найдём:

$$\tau_{x1, x2}^2 = \frac{Y_1 \tau_0^2}{2} \cdot \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4(\tau_1 + \tau_3)\tau_3}{Y_1^2 \tau_0^2}} \right]$$

Вычитаемое, стоящее под знаком корня намного меньше единицы, и тогда с учётом формулы (17), найдём:

$$\begin{aligned} \tau_{x1}^2 &= \tau_{01}^2 = Y_1 \tau_0^2 \\ \tau_{x2}^2 &= \tau_{02}^2 = (\tau_1 + \tau_3)\tau_3/Y_1 \end{aligned} \quad (18)$$

Так как в рассматриваемом сейсмоприёмнике $\beta_{12} \approx 2$, $\beta_{34} \approx 0,35$, а $\tau_1 \approx \tau_3$ и $\tau_0 \approx 100\tau_1$, то Y_1 будет близко к единице и тогда (18) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \tau_{01}^2 &= \tau_0^2 \\ \tau_{02}^2 &= (\tau_1 + \tau_2)\tau_2 \end{aligned} \quad (19)$$

Затем найдём степень затухания колебательных звеньев, приравняв коэффициенты при p^3 и p многочлена Σ из (15) соответствующим коэффициентам искомого многочлена из формулы (16) и составив систему двух уравнений

$$\left\{ \begin{aligned} 2\beta_{12}\tau_0\tau_1 + \tau_1^2\beta_{12} + 2\beta_{12}\tau_0^2\tau_1 + \tau_1^2\beta_{12} \\ 4\tau_1^2\tau_0^2 + 2\beta_{12}\tau_0\tau_1 + \tau_1^2\tau_0 + 2\tau_1 \\ 2\beta_{12}\tau_0 + 2\beta_{12}\tau_0^2\tau_1 + \tau_1\beta_{12} - 2\tau_0\beta_{12} + \beta_{12}\tau_1 + \tau_1 + 2\tau_1 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Решив систему уравнений (20) и учитывая то, что отношения τ_1/τ_0 , τ_1^2/τ_0^2 , τ_1^3/τ_0^3 и $(\tau_1 + \tau_0)\tau_1/\tau_0$ значительно меньше единицы, получим

$$\left\{ \begin{aligned} \beta_{12} &= \beta_{12} + \beta_{12} \\ \beta_{12} &= \frac{\tau_1 + 2\tau_0}{2\sqrt{(\tau_1 + \tau_0)\tau_1}} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Интересно отметить, то, что из второго уравнения системы (20) можно сразу получить приближенное значение степени затухания β_{12} , приравняв первое слагаемое левой части уравнения первому слагаемому правой части, и затем то же сделать для β_{12} .

Подставив (19) и (21) в (16) и представив полученный сомножитель

$$[(\tau_1 + \tau_0)\tau_1 p^2 + (\tau_1 + 2\tau_0)p + 1]$$

произведением

$$[(\tau_1 + \tau_0)p + 1](\tau_1 p + 1),$$

$$\Sigma = [\tau_0^2 p^3 + 2(\beta_{12} + \beta_{12})\tau_0 p^2 + 1][(\tau_1 + \tau_0)p + 1](\tau_1 p + 1).$$

Перемножив сомножители многочлена (22), получим

$$\begin{aligned} \Sigma = & [(\tau_1 + \tau_0)\tau_0/\tau_0^2][\tau_0^2 p^3 + 2\beta_{12}(\tau_1 + \tau_0)\tau_0/\tau_0^2 + \\ & + 2\beta_{12}(\tau_1 + \tau_0)\tau_0/\tau_0^2 + (\tau_1 + 2\tau_0)/\tau_0][\tau_0^2 p^3 + \\ & + [1 + 2\beta_{12}(\tau_1 + 2\tau_0)/\tau_0 + 2\beta_{12}(\tau_1 + 2\tau_0)/\tau_0 + \\ & + (\tau_1 + \tau_0)\tau_0/\tau_0][\tau_0^2 p^2 + [2\beta_{12} + 2\beta_{12} + \\ & + (\tau_1 + 2\tau_0)/\tau_0]\tau_0 p + 1 \end{aligned} \quad (23)$$

Множители при β_{12} и β_{12} членов p^3 и p^2 многочлена (23) отличаются от соответствующих множителей многочлена Σ из формулы (15). Чтобы дать оценку влияния отличия этих множителей на величину параметров сейсмоприёмника, найдём для GS-32CT численные значения корней рассматриваемых многочленов. Из проспекта GS-32CT найдём степень затухания, создаваемого сигнальной обмоткой: $\beta_{12} = \beta - \beta_{12} = 0,7 - 0,316 = 0,384$, и постоянную времени $\tau_0 = 1/2\pi f_0 = 1/\pi \cdot 10 = 0,0159$ с. Постоянную времени τ_1 определим, измерив индуктивность сигнальной обмоткой GS-32CT (0,28 Гн) и разделив её на суммарное сопротивление обмотки (395 Ом) и шунта (1000 Ом). В результате получим значение постоянной времени $\tau_1 = 0,2$ мс. Постоянную времени τ_1 найдём расчётом. Формулу для расчёта выведем, заменив в уравнении $\tau_1 = L/R$, индуктивность и сопротивление каркаса соответствующими параметрами сигнальной обмотки с помощью известных зависимостей

$$L_3 = L_1 n_3^2/n_1^2 \quad r_3 = K_{H3}^2 \tau_0/m\beta_3 \quad \text{и} \quad K_{H3}^2 = K_{H1}^2 n_3^2/n_1^2.$$

После подстановки и преобразований найдём:

$$\tau_1 = 2L_1 m\beta_3/K_{H1}^2 n_1^2 \quad (24)$$

Подставив численные значения параметров сейсмоприёмника GS-32CT в (24), имеем

$$\tau_1 = 1,623 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

Определив численные значения τ_0 , τ_1 , β_{12} , β_{12} , получим

$$\begin{aligned} \Sigma_1 = & 1,4892 \cdot 10^{-11} c^4 p^3 + 1,3404 \cdot 10^{-11} c^3 p^2 + \\ & + 2,6456 \cdot 10^{-4} c^2 p^2 + 2,2785 \cdot 10^{-2} c p + 1 \end{aligned}$$

для многочлена (23), а для многочлена Σ из формулы (15)

$$\begin{aligned} \Sigma = & 1,4892 \cdot 10^{-11} c^4 p^3 + 1,3370 \cdot 10^{-11} c^3 p^2 + \\ & + 2,6347 \cdot 10^{-4} c^2 p^2 + 2,2785 \cdot 10^{-2} c p + 1 \end{aligned}$$

Вычислив и преобразовав комплексные корни в τ_0 и β_{12} , β_{12} , а действительные в τ_1 , τ_1 и τ_1 , получим для (23): $\tau_0 = 1,590 \cdot 10^{-2}$ с, $\beta_{12} = 0,7000$, $\tau_1 = \tau_1 = -3,631 \cdot 10^{-1}$ с, $\tau_1 = 1,624 \cdot 10^{-4}$ с.

для (15): $\tau_0 = 1,587 \cdot 10^{-2}$ с, $\beta_{12} = 0,7015$, $\tau_1 = \tau_1 = -3,6529 \cdot 10^{-1}$ с, $\tau_1 = 1,630 \cdot 10^{-4}$ с.

Относительная ошибка корней (23) в сравнении с (15) составляет для τ_0 не более 0,2%, для $\beta_{12} + \beta_{12} - 0,22\%$, для $\tau_1 + \tau_1 - 0,06\%$ и для $\tau_1 - 0,4\%$.

Итак, искомое представление многочлена знаменателя (22) удовлетворительно отображает знаменатель передаточной функции (15) и имеет достаточную точность для практических расчётов.

Подставив (22) в (15), после сокращений получим:

$$\begin{aligned} W(p) = \frac{U_{max}}{\dot{X}_3} = & \left(\pm K_n \cdot \frac{R_m}{R + R_m} \right) \cdot \\ & \frac{\tau_0^2 p^2}{\tau_0^2 p^2 + 2\tau_0 \beta p + 1} \cdot \frac{2\tau_1 p + 1}{(\tau_1 + \tau_1)p + 1} \end{aligned} \quad (25)$$

Передаточная функция сейсмоприёмника (25) представлена в виде трёх сомножителей, являющихся передаточными функциями его звеньев.

Первый сомножитель, заключённый в скобки, является передаточной функцией преобразователя сейсмоприёмника и представляет собой произведение коэффициента преобразования и делителя, состоящего из сопротивлений обмотки и шунта. Передаточная функция инвертирующего преобразователя будет иметь положительный, а инвертирующего — отрицательный знак. Электродинамический преобразователь позволяет легко инвертировать выходной сигнал изменением направления намагничивания постоянного магнита или изменением начала и конца обмотки. В сейсмоприёмнике с инвертирующим преобразователем ветви b и $2b$ сигнального графа и передаточные функции (15) и (25) получают знак минус.

Второй сомножитель — передаточная функция механического колебательного звена с входным сигналом, приложенным к корпусу сейсмоприёмника. Эта передаточная функция является произведением передаточной функции двойного дифференцирующего звена и передаточной функции механического колебательного звена с входным сигналом, приложенным к инерционному телу.

Третий сомножитель представлен в виде отношения передаточных функций двух аперио-

дических звеньев, созданных в сейсмоприёмнике индуктивными связями и отражающих свойства сейсмоприёмника на высоких частотах.

Передаточная функция сейсмоприёмника (25) отличается от передаточных функций, приведённых в [6 и 10], наличием в числителе множителя $(2\tau^2 p + 1)$, изменяющего формулы АЧХ и ФЧХ сейсмоприёмника и их графики на высоких частотах.

Передаточная функция (25), представленная в виде произведения передаточных функций элементарных звеньев, позволяет провести анализ свойств сейсмоприёмника без получения формулы АЧХ и построения графика АЧХ по этой формуле [8]. До и около частот свободных колебаний, равной $1/\tau_0$, АЧХ сейсмоприёмника будет совпадать с АЧХ механического колебательного звена. На высоких частотах АЧХ не будет спадать до нуля, как в [6 и 10], а её вид будет зависеть от значений постоянных времени τ_1 и τ_3 . Если τ_1 будет больше τ_3 , то график АЧХ, начиная с частоты $1/(\tau_1 + \tau_3)$, пойдёт вниз с наклоном 6 дБ на октаву, а с частоты $1/2\tau_2$ пойдёт параллельно оси частот. Если же τ_1 будет меньше τ_3 , тогда график АЧХ с частоты $1/2\tau_3$ пойдёт вверх с наклоном 6 дБ на октаву, а с частоты $1/(\tau_1 + \tau_3)$ пойдёт параллельно оси частот. Если τ_1 будет равно τ_3 , то АЧХ не будет иметь изломов.

Чтобы получить формулу АЧХ, заменим в (25) p на $j\omega$ и, определив модуль полученного комплексного числа, найдём:

$$W'(\omega) = K_{II} \cdot \frac{R_{III}}{R_{I2} + R_{III}} \cdot \frac{\omega^2 \tau_0^2}{\sqrt{(1 - \omega^2 \tau_0^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2 \tau_0^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 + 4\omega^2 \tau_3^2}}{\sqrt{1 + 4\omega^2 (\tau_1 + \tau_3)^2}}$$

АЧХ сейсмоприёмников с инвертирующим и неинвертирующим электродинамическим преобразователем совпадают.

Из передаточной функции (25) сейсмоприёмника найдём его ФЧХ. Формула ФЧХ сейсмоприёмника с неинвертирующим электродинамическим преобразователем будет иметь вид:

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} \pi - \arctg \frac{2\beta\omega\tau_0}{1 - \omega^2 \tau_0^2} + \arctg 2\omega\tau_3 - \arctg \omega(\tau_1 + \tau_3) & \text{если } \omega \leq \omega_0 \\ -\arctg \frac{2\beta\omega\tau_0}{1 - \omega^2 \tau_0^2} + \arctg 2\omega\tau_3 - \arctg \omega(\tau_1 + \tau_3) & \text{если } \omega > \omega_0 \end{cases}$$

От Редакции.

Уважаемые читатели нашего журнала!

Как обычно мы могли бы отметить, что Редакция резервирует за собой право разделять или не разделять точку зрения автора на те или иные аспекты, затронутые в данной публикации. И все! Однако, поскольку в своей статье автор высказал вполне определенные претензии на свое видение классических основ теории электродинамического сейсмоприёмника, на что, кстати сказать, он имеет полное право, Редакция приглашает профессионалов высказаться на этот счет. В конце концов, "нет ничего более практичного, чем хорошая теория" (Густав Роберт Кирхгоф).

Итак, проведённые исследования позволяют сделать следующие выводы:

- изложенная современная теория электродинамического сейсмоприёмника полностью соответствует достигнутому уровню науки;
- на основании полученного в [7] в инерциальной системе координат уравнения движения механического колебательного звена и решения механического уравнения движения задачи в инерциальной системе координат, а также функции механического сейсмографа передаточной функции электромеханических аналогов, можно сделать заключение о завершении столетнего пути развития теории механического сейсмографа или механического колебательного звена сейсмоприёмника.

Геофизическому сообществу осталось сделать совсем немного:

- внести изменения в соответствующий раздел учебника по сейсморазведке, изложив в нём вывод уравнения движения сейсмоприёмника в инерциальной или неинерциальной системе координат;

- принять новое соглашение в сейсморазведке, т.к. существующее (при движении сейсмоприёмника вверх на его выходе действует отрицательный сигнал), увековечило ошибки Е. Вихерта при выводе уравнения движения механического сейсмографа в [11].

Литература

1. К. Аки, П. Ричардс. Количественная сейсмология. М.: Мир, 1983.
2. Гамбурцев Г. А. Сейсмические методы разведки. Часть первая. Теория сейсмической аппаратуры. - М.: Объединенное научно-техническое издательство НКТП СССР. - 1937.
3. Конторович М. И. Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. - М.: Наука. - 1964.
4. Рыжов А. В. К теории механического сейсмоприёмника. // Разведка и охрана недр. - 2005. - № 7.
5. Рыжов А. В. Теоретические исследования сейсмоприёмников // Геофизика. М.: Издательство Герс. - 1997. - № 3.
6. Рыжов А. В. Электродинамический трёхкомпонентный сейсмоприёмник ускорений. // Приборы и системы разведочной геофизики. - Саратов. 7. Издательство Полиграф-Депо. - 2004. - № 4.
8. Теория автоматического управления. Часть 1. Под редакцией Воронцова А. А. - М.: Высшая школа. - 1977.
9. Хайкин С. Э. Физические основы механики. - М.: Физматлит. - 1963.
10. Шведчиков Л. К. Теория электродинамического сейсмоприёмника с учётом индуктивных связей между обмотками и проводящим каркасом подвижной катушки. // Прикладная геофизика. - М.: Недра. 1979. - Вып. 95.
11. Wiechert E. Theorie der automatischen Seismographen. - Berlin. Weidmannsche Buchhandlung. - 1903.