



Погрешности и неопределенности измерений

Э.Г. Миронов, (Радиотехнический институт УПИ), В.А. Фирсанов, (Уральский НИИ Метрологии), Екатеринбург

По инициативе ряда международных метрологических организаций была предложена новая концепция для показателя точности результатов измерений. В основе этой концепции лежит отказ от принятого сейчас понятия "погрешность" и переход на новый показатель точности - "неопределенность". Стимулировало такой переход, видимо, несоответствие принятого определения понятия "погрешность" и установившегося порядка практической оценки погрешностей измерений. Терминологические межгосударственные Рекомендации РМГ 29-99 [1] дают следующее определение понятия погрешности результата измерения: "Погрешность результата измерения - это отклонение принятого определения от истинного (действительного) значения измеряемой величины". Далее в Рекомендациях [1] отмечается, что истинное значение величины неизвестно и его применяют только в теоретических исследованиях. На практике используют действительное значение измеряемой величины, за которое принимают номинальное значение эталона.

Следует отметить, что на практике при использовании рабочих средств измерений для определения значения искомой величины, действительное значение этой величины так же неизвестно. Более того, возникает законный вопрос - зачем проводить измерение, если действительное значение измеряемой величины уже известно (в нашем случае не рассматривается ситуация поверки средств измерений (СИ)). Ответ очевиден, проводить измерение в этом случае не имеет смысла. Другими словами, реализовать практическую оценку погрешности результата измерения непосредственно из определения [1] - невозможно.

Практическая оценка погрешностей прямых многократных измерений проводится в соответствии с требованиями ГОСТ 8.207-76 [2], оценка погрешностей прямых однократных измерений - в соответствии с рекомендациями МИ 1552-86 [3] и оценка погрешностей косвенных измерений - в соответствии с рекомендациями МИ 2083-90 [4]. В нормативных документах [2-4] для оценки погрешностей истинное (действительное) значение измеряемой величины не используется. Оценка погрешностей по [2-4] никак не увязывается с определением термина "погрешность". Складывается впечатление, что определение погрешности существует само по себе, а найденные по [2-4] величины никак не связаны с погрешностью по [1] и также называемые погрешностями, существуют сами по себе. Напрашивается вывод о необходимости изменить определение понятия "погрешность результата измерения" или изменить порядок оценки погрешности, увязав его с истинным (действительным) значением измеряемой величины.

Авторы замены погрешности на неопре-

деленность пошли по первому пути [5,6]. Они отказались от показателя точности - "погрешность результата измерения" и предложили новый показатель точности - "неопределенность результата измерений". Рекомендации [1] дают следующее определение понятию неопределенность: "Неопределенность измерений - это параметр, связанный с результатом измерений и характеризующий рассеяние значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине". Как видно, в этом определении нет понятий "истинного (действительного) значения измеряемой величины". Приведенные выше рассуждения свидетельствуют, что этого понятия в данном случае и не должно быть. Повторим еще раз, что существующие методы оценки погрешностей результатов измерений непосредственно в процессе выполнения рабочих измерений не используют понятий "истинное (действительное) значение измеряемой величины". Не требует знания этой величины и методы оценки неопределенности измерений. Последнее послужило поводом утверждать, что авторы концепции "неопределенности" отвергают понятия истинного (действительного) значения измеряемой величины. Да, отвергают, но только в данном конкретном случае при рассмотрении (оценивании) неопределенности результата измерений, полученного при помощи поверенного СИ. И с этим можно согласиться.

Все меняется коренным образом, если речь идет о погрешностях средств измерений. По определению [1]: "Погрешность средства измерений это разность между показанием средства измерений и истинным (действительным) значением измеряемой физической величины". В данном случае "истинное (действительное) значение" вполне уместно. Более того, экспериментальная оценка погрешностей средств измерений невозможна без использования эталонов или образцовых средств на этапе государственных испытаний СИ или поверки СИ. Напомним, что номинальное значение эталона или образцового СИ принимают за действительное значение измеряемой величины. Не противоречит сказанному и принятый порядок оценки погрешностей средств измерений в соответствии с требованиями нормативных документов ГОСТ 8.009-84 [7] и ГОСТ 8.508-84 [8]. Таким образом, заменять понятие "погрешность средства измерения" на понятие "неопределенность средства измерения", со всеми вытекающими отсюда последствиями, не следует.

Порядок оценки неопределенностей изложен в Руководстве по выражению неопределенностей результатов измерений [5] и нормативно закреплен в Рекомендациях РМГ 43-2001 [6]. В этих Рекомендациях в разделе "Область применения" указано, что действие этого документа распространяется на методы оценивания точности

результатов измерений.

В соответствии с [5, 6] неопределенность подразделяют на две составляющие: неопределенность типа А и неопределенность типа В. Неопределенность типа А оценивается статистическими методами и описывает случайные отклонения наблюдений при повторных измерениях. Неопределенность типа В оценивается, в основном, другими способами, отличными от статистических, и близка по своей сути к неисключенным систематическим погрешностям результата измерения.

Говоря о "близости" неопределенности и погрешности результата измерений, следует помнить, что термины "неопределенность" и "погрешность" не синонимы и представляют собой различные понятия; их не следует путать друг с другом или неправильно использовать (см. Руководство [5] с.5, п. 3.2.2, Примечание 2).

Рассмотрим порядок оценки неопределенностей при проведении прямых многократных измерений. Предполагаем, что получен ряд наблюдений $x_1, x_2, \dots, x_n$ при измерении физической величины с помощью прибора, метрологические характеристики которого известны. Считаем также, что известна методическая погрешность измерения, известен закон распределения результатов наблюдений и задана доверительная вероятность.

1. Неопределенность типа А.

Для оценки неопределенности типа А выполняют следующие действия.

1.1. Вычисляют средний результат измерения по формуле

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1)$$

где $\bar{x}$ - среднее арифметическое значение n наблюдений, принимаемое за результат измерения;

x_i - результат i -го наблюдения, n - число наблюдений.

1.2. Вычисляют стандартную неопределенность результатов наблюдений, выраженную в виде среднеквадратического отклонения (СКО)

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (2)$$

где u - стандартная неопределенность.

1.3. Вычисляют стандартную неопределенность типа А

$$U_A = \frac{u}{\sqrt{n}}, \quad (3)$$

где U_A - стандартная неопределенность результата измерения типа А.

Полученное значение U_A характеризует случайную составляющую неопределенности результата измерений.

2. Неопределенность типа В.

В качестве исходных данных для вычисления неопределенности по типу В используют:

- сведения о виде распределения вероятностей;
- неопределенность констант и справочных

данных;

- сведения изготовителя о средстве измерения;
- данные поверки и калибровки средства измерения;
- данные о методах измерения;
- опытные данные о поведении и свойствах соответствующих приборов и материалов и т.п.

Точностные характеристики исходных данных обычно представляют в виде неисключенных систематических погрешностей. При этом предполагается, что рассматриваемые величины подчиняются равномерному закону распределения.

2.1. Вычисление составляющих неопределенности типа В производится по формуле:

$$u_{B_j} = \frac{\theta_j}{\sqrt{3}}$$

где U_{B_j} - j -я составляющая стандартной неопределенности типа В; и θ_j - j -я составляющая неисключенной систематической погрешности результата измерения.

В качестве примера рассматриваем две составляющих неопределенности типа В:

$$u_{B_1} = \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \quad u_{B_2} = \frac{\theta_2}{\sqrt{3}}$$

где θ_1 - неисключенная систематическая погрешность используемого прибора;

θ_2 - неисключенная систематическая погрешность метода измерений.

2.2. Вычисляют стандартную неопределенность типа В

$$u_B = \sqrt{\sum_{j=1}^m u_{B_j}^2}$$

где m - число слагаемых;

U_B - стандартная неопределенность по типу В.

В нашем случае (для двух слагаемых) получим:

$$u_B = \sqrt{u_{B_1}^2 + u_{B_2}^2}$$

где U_{B_1} - стандартная неопределенность, определяемая погрешностью прибора; U_{B_2} - стандартная неопределенность, определяемая погрешностью метода измерений.

2.3. Вычисляют суммарную стандартную неопределенность

$$U_p = k_p \cdot U_c$$

где U_A и U_B - определены выше;

U_c - суммарная стандартная неопределенность.

2.4. На этом этапе вычисляют расширенную неопределенность

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

где U_p - расширенная неопределенность результата измерения для доверительной вероятности P ; k_p - коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности P и закона распределения результатов измерений; U_c - определено





выше.

Во многих практических случаях при вычислении неопределенностей результатов измерений делают предположение о нормальности закона распределения возможных значений измеряемой величины и полагают: $k_p=2$ при $P=0,95$ и $k_p=3$ при $P=0,99$.

При предположении о равномерности закона распределения полагают: $k_p=1,65$ при $P=0,95$ и $k_p=1,71$ при $P=0,99$.

2.5. Окончательно результат измерения T может быть представлен в виде

$$\bar{x} - U_p \leq T \leq \bar{x} + U_p \text{ или } T = (\bar{x} \pm \bar{U}).$$

При описании результатов измерений Руководство [5] рекомендует приводить достаточное количество информации для возможности проанализировать или повторить весь процесс получения результата измерений и вычисления неопределенностей результата измерений, а именно:

- алгоритм получения результата измерений;
- алгоритм вычисления всех поправок и неопределенностей;
- неопределенности всех используемых данных и способы их получения;
- алгоритмы вычисления суммарной и расширенной неопределенностей (включая значение коэффициента k_p).

Приведем два примера по определению численного значения погрешности

результата измерения (пример №1) и численного значения неопределенности результата измерения (пример №2).

Пример №1.

С помощью вольтметра класса точности 0,5 проведены измерения напряжения.

Получен ряд наблюдений: 40,2; 40,1; 40,3; 40,0; 40,4; 40,1; 40,5; 40,2; 40,6; 40,3 В. Методическая погрешность $\Delta_m=0,2$ В. Найти погрешность результата измерения, если распределение наблюдений нормальное и доверительная вероятность $P=0,95$. Оценку погрешности выполнить по ГОСТ 8.207-76 [2].

1. Среднее арифметическое значение $\bar{V}=40,27$ В (см. формулу (1)).

2. Среднеквадратическое отклонение (СКО) наблюдений S оцениваем по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2}{n-1}}, \quad (9)$$

где n - число измерений; V_i - результат i го наблюдения; $\bar{V}$ - среднее арифметическое значение, принимаемое за результат измерения.

В нашем случае, получено $S=0,189$ В.

3. Случайная погрешность результата измерения оценивается по формуле:

$$\varepsilon = t \cdot S_p, \quad (10)$$

где ε - случайная погрешность; t - коэффициент Стьюдента, зависящий от принятой доверительной вероятности и числа наблюдений (для $P=0,95$ и $n=10$, $t=2,26$)

$$S_p = \frac{S}{\sqrt{n}} = 0,0597 \text{ В}, \quad (11)$$

где S_p - среднеквадратическое отклонение результата измерений. В нашем случае $\varepsilon = 2,26 \cdot 0,0597 = 0,135$ В.

4. Неисключенная систематическая погрешность (НСП) оценивается по формуле:

$$\theta = k_p \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^m \theta_j^2}, \quad (12)$$

где θ - неисключенная систематическая погрешность; k_p - коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности P и числа слагаемых под корнем m (при $P=0,95$ и $k_p=1,1$); θ_j - j -я составляющая НСП (в нашем случае два слагаемых Δ_v и Δ_m).

Абсолютная погрешность вольтметра Δ_v находится по классу точности прибора (при классе точности 0,5 относительная погрешность $\delta_v=\pm 0,5\%$).

Абсолютная погрешность вольтметра Δ_v равна:

$$\Delta_v = \frac{\bar{V}}{100\%} \cdot \delta_v \% = \frac{40,27 \cdot 0,5}{100} = 0,2014 \text{ В}.$$

Абсолютная погрешность метода измерений $\Delta_m=0,2$ В задана по условию. НСП в нашем случае равна:

$$\theta = k_p \cdot \sqrt{\Delta_v^2 + \Delta_m^2} = 1,1 \cdot \sqrt{0,2014^2 + 0,2^2} = 0,312 \text{ В}.$$

1. Суммарная погрешность результата измерения Δ по ГОСТ 8.207-76 [2] оценивается по формуле:

$$\Delta = K_\Sigma \cdot S_\Sigma, \quad (13)$$

$$\text{где } K_\Sigma = \frac{\theta + \varepsilon}{S_\theta + S_p}, \quad (14)$$

$$S_\theta = \frac{\theta}{k\sqrt{31.13}} = \frac{\theta}{\sqrt{e}}, \quad (15)$$

$$S_\Sigma = \sqrt{S_\theta^2 + S_p^2}, \quad (16)$$

S_θ - СКО неисключенной систематической погрешности; S_Σ - суммарное СКО.

Формула (13) правомерна, если выполняется условие (17)

$$0,8 \leq \frac{\theta}{S_p} \leq 8,0, \quad (17)$$

где θ и S_p - определены выше.

Проверим выполнение условия (17):

$$\frac{\theta}{S_p} = \frac{0,312}{0,0597} = 5,23.$$

то есть условие (17) выполняется и формулой (13) можно пользоваться. После подстановки в формулы (13) (16) численных значений парамет-

ров, получим

$$S_p=0,164 \text{ В}, K_p=1,9996, S_p=0,174 \text{ В}, A=1,9996 \cdot 0,174=0,349 \text{ В}$$

В итоге результат измерения представляем в виде $V = (40,27 \pm 0,35) \text{ В}$ для доверительной вероятности $P=0,95$

Пример № 2

Условия задачи такие же, как в приведенном выше примере № 1

1. Среднее арифметическое значение напряжения $\bar{V}$ по формуле (1) составляет:
$$\bar{V} = 40,27 \text{ В}$$

2. Стандартная неопределенность измеряемой физической величины (напряжения) по формуле (2) равна $u = 0,189 \text{ В}$

3. Стандартная неопределенность измеряемой величины типа A по формуле (3) равна $u_A = 0,0597 \text{ В}$

4. Стандартная неопределенность используемого прибора (вольтметра) u_V , определяемая по формуле (4), равна

$$U_V = \frac{\Delta_V}{\sqrt{3}} = 0,116 \text{ В},$$

где Δ_V - погрешность прибора (вольтметра).

5. Стандартная неопределенность используемого метода измерения u_m , определяемая по формуле (4), равна:

$$U_m = \frac{\Delta_m}{\sqrt{3}} = 0,116 \text{ В},$$

где Δ_m - погрешность метода измерения.

6. Стандартная неопределенность типа B - u_B , определяемая по формуле (5), равна: $u_B = 0,164 \text{ В}$.

7. Суммарная стандартная неопределенность u_c , определяемая по формуле (7), равна:
$$u_c = 0,174 \text{ В}.$$

8. Расширенная неопределенность U_p , определяемая по формуле (8), равна при доверительной вероятности $P=0,95$:

$$U_p = K_p \cdot U_c = 0,348 \text{ В}.$$

Относительная расширенная неопределенность равна:

$$\bar{U} = \frac{U_p}{\bar{x}} \cdot 100\% = 0,87\%.$$

Результат измерения напряжения получается в виде:

$$V = (40,27 \pm 0,35) \text{ В}.$$

Сравнивая полученные значения доверительного интервала, характеризующего погрешность и абсолютную расширенную неопределенность результата измерения, легко заметить, что эти величины совпадают, то есть показатели точности результатов измерений, получаемые по ГОСТ 8.207-76 [2] и по Руководству [5], количественно в данном случае существенно не отличаются друг от друга и могут быть взаимозаменяемыми.

Отношение отечественных метрологов к предложениям, изложенным в Руководстве [5], значительно изменилось за последнее время. Первые отклики на замену погрешностей неопределенностями были резко отрицательными [9,10]. Главные критические замечания и публи-

кации касались предполагаемого отказа от понятия истинного (действительного) значения измеряемой величины, замены понятия "погрешность" на понятие "неопределенности", необходимости переработки многочисленных нормативных документов и применения новой терминологии и методики оценивания неопределенности результатов измерений. Особенно большая критика досталась методам оценки неисключенных систематических погрешностей (точнее их аналогу в виде "неопределенности типа B"). Чего, например, стоит утверждение, что для оценки неопределенности типа B требуется интуиция и опыт (Руководство [5], с. 12, п. 4.3.2).

В последнее время отношение к Руководству [5] несколько изменилось [11-14]. Многие метрологи склоняются к мнению, что понятие "неопределенности результата измерения" надо постепенно вводить в практику, но пока не вместо понятия "погрешность результата измерения", а наряду с ним. По нашему мнению, понятие "неопределенность" может успешно применяться в качестве показателя точности результата измерений. При этом, правда, потребуется значительная доработка Руководства [5], РМГ 43-2001 [6] и разработка новых нормативных документов. Особенно большие изменения, видимо, должны быть сделаны в части применения понятия "неопределенность типа B". Что же касается средств измерений, то здесь пока должна быть сохранена традиционная терминология: "погрешность" и "истинное (действительное) значение измеряемой физической величины". Распространять понятие "неопределенность" в существующем виде на средства измерений затруднительно.

Таким образом, целесообразно, видимо, использовать в практической работе два показателя точности: неопределенность результата измерения и погрешность средства измерения.

Литература

1. РМГ 29-99. ГСОЕИ. Метрология. Основные термины и определения. Рекомендации межгосударственные.
2. ГОСТ 8.207-76. ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов. Основные положения.
3. МИ 1552-86. ГСИ. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей результатов измерений.
4. МИ 2083-90. ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей.
5. Руководство по выражению неопределенности измерения. Перевод с английского под Ред. В.А. Славея. ВНИИМ, С-Пб, 1999.
6. РМГ 43-2001. ГСОЕИ. Применение "Руководства по выражению неопределенности измерений". Рекомендации межгосударственные.
7. ГОСТ 8.009-84. ГСОЕИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.
8. ГОСТ 8.508-84. ГСИ. Метрологические характеристики средств измерений и точностные характеристики средств автоматизации. ГСП. Общие методы оценки и контроля.
9. Тарбеов Ю.В., Слаев В.А., Чуновкина А.Г. Проблемы применения в России межгосударственного руководства по выражению неопределенности измерений. Измерительная техника, 1997. № 2, с. 69-72.
10. Александров Ю.А. Применять или не применять концепцию "Руководство по выражению неопределенности измерений". Измерительная техника, 2000. № 12, с. 18-22.
11. Кузнецов В.П. Сопоставительный анализ погрешности и неопределенности измерений. Измерительная техника, № 8, 2003, с. 21-27.
12. Голубев Э.А. О неопределенности измерений. Ч. 1. Измерительная техника, № 10, 2003, с. 7-10.
13. Голубев Э.А. О неопределенности измерений. Ч. 2. Измерительная техника, № 11, 2003, с. 10-14.
14. Чуйко В.Г. О влиянии новых терминов на работу практикующего метролога. Измерительная техника № 1, 2004, с. 20-23.

