

Преобразование мгновенных частотно-фазовых характеристик сейсмозаписей

Бусыгин И.Н., Попов С.П., ФГУП "Гемма", г. Краснодар

При динамическом анализе сейсмозаписей широко применяются мгновенные характеристики сигналов, которые строятся с помощью комплекснозначной аналитической функции

$$u(t) = x(t) + iy(t) \quad (1)$$

где $x(t)$ - заданный сигнал, а $y(t) = -\frac{1}{\pi} * x(t)$ - его преобразование Гильберта. Соотношение $x(t) \leftrightarrow u(t)$ является взаимно однозначным, так как из (1) следует, что $x(t) = \text{Re}[u(t)]$.

Представив комплексное число $u(t)$ в показательной форме

$$u(t) = a(t) \exp[i\varphi(t)] \quad (2)$$

получим выражения для мгновенной амплитуды и мгновенной фазы сигнала [1]:

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad \text{И} \quad \varphi(t) = \arctg \frac{y(t)}{x(t)}$$

Очевидно, что между сигналом $x(t)$ и функциями $a(t)$, $\varphi(t)$ также существует взаимно-однозначное соответствие и, следовательно, эти формы представления сигнала информационно эквивалентны. Из (3) получаем прямое преобразование сигнала $x(t)$ в его мгновенные характеристики $a(t)$ и $\varphi(t)$, а из (2) и (1) - обратное преобразование функций $a(t)$, $\varphi(t)$ в сигнал $x(t)$.

Определяя мгновенную частоту как среднюю скорость изменения мгновенной фазы в момент t , получаем, что $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$, что свидетельствует об информационной эквивалентности мгновенных характеристик $\varphi(t)$ и $\omega(t)$.

Отметим, что при описании сигнала $x(t)$ посредством мгновенных параметров его мгновенная фаза может быть определена с точностью до линейного тренда, то есть в виде

$$\vartheta(t) = \psi(t) + \omega_0 t + \varphi_0 \quad (4)$$

Действительно, подставляя (4) в (2), получим

$$u(t) = a(t) \exp[i\psi(t)] \exp[i(\omega_0 t + \varphi_0)] \quad (5)$$

Отсюда следует, что $\exp[i(\omega_0 t + \varphi_0)]$ - гармонический сигнал постоянной частоты ω_0 , а $m(t) = a(t) \exp[i\psi(t)]$ - коэффициент, модулирующий это гармоническое колебание.

В теории передачи сигналов [3] такое гармоническое колебание частоты ω_0 называется несущим, а соответствующие способы передачи информации - амплитудной, фазовой и частотной модуляциями. Поскольку несущее гармоническое колебание никакой информации не содержит, вся "передаваемая" (в нашем случае, геологическая) информация содержится в модулирующих функциях $a(t)$, $\psi(t)$, $\omega(t)$.

Таким образом, свойства сигнала $x(t)$ могут быть однозначно описаны его мгновенными характеристиками $a(t)$, $\psi(t)$ или $a(t)$, $\omega(t)$. Это означает, что обработка сейсмозаписей может быть сведена к преобразованиям, выполняемым над их мгновенными характеристиками. Такой подход к обработке при некоторых обстоятельствах может иметь свои преимущества.

Рассмотрим группу линейных частотно-фазовых преобразований мгновенных характеристик, соответствующую модели фазовой кривой в виде

$$\tilde{\varphi}(t) = k \psi(t) + \omega_0 t + \varphi_0 \quad (6)$$

Здесь и ниже $\psi(t)$ и $\tilde{\varphi}(t)$ обозначают мгновенные фазы до и после линейного преобразования (6).

Поскольку мгновенная частота - это скорость изменения мгновенной фазы, то, дифференцируя (6) по времени, получим

$$\tilde{\omega}(t) = k \omega(t) + \omega_0 \quad (7)$$

Здесь $\omega(t)$ и $\tilde{\omega}(t)$ - мгновенные частоты до и после линейного преобразования.

Множитель k будем называть коэффициентом частотной трансформации сигнала.

В модели (6) можно варьировать три параметра: φ_0 , ω_0 , k ; в модели (7) - два параметра - ω_0 , k .

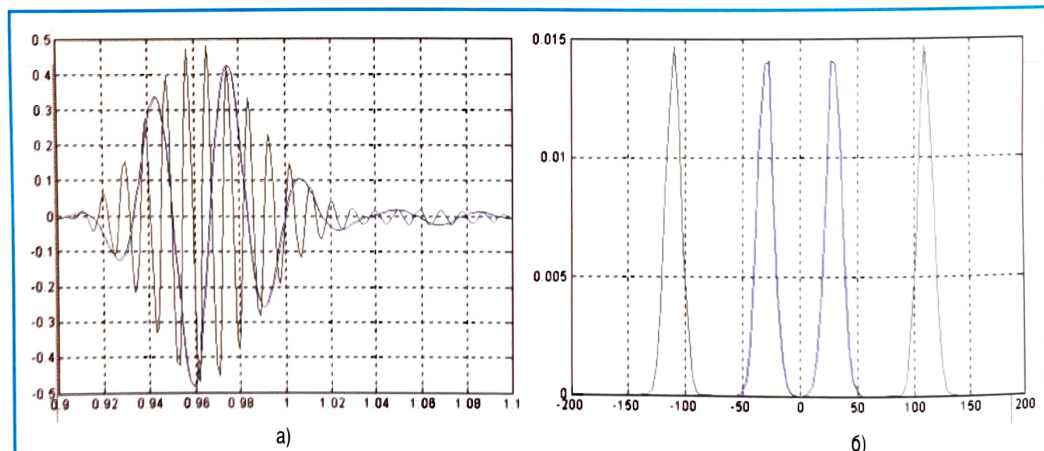


Рис. 1 Влияние несущей частоты на спектр сигнала.

а - Минимально-фазовый сигнал при несущих частотах 0 (синий) и 80 (зеленый) Гц

б - Спектр минимально-фазового сигнала при несущих частотах 0 (синий) и 80 (зеленый) Гц

Запишем аналитический сигнал в виде

$$u(t) = m(t) \exp(i\omega_0 t) \exp(i\varphi) \quad (8)$$

Так как спектр квадратичного оператора [2], реализующего преобразование Гильберта, равен $\text{sign}(f)$, то легко показать, что аналитический сигнал $u(t)$ имеет спектр

$$U(f) = 2X(f) \quad \text{при} \quad f > 0 \quad (9)$$

Пусть $M(f)$ - спектр моделирующего коэффициента $m(t)$, который согласно определению, содержит мгновенные характеристики сигнала $x(t)$ и не зависит от параметров φ_0, ω_0, k . Тогда из (8) и (9) следует

$$X(f) = 1/2 \exp(i\varphi_0) M(2\pi f - \omega_0), \quad (10)$$

то есть спектр сигнала с точностью до постоянного множителя, определяемого начальной фазой φ_0 , и с точностью до сдвига, равного несущей частоте ω_0 , совпадает со спектром, определяемым мгновенными характеристиками сигнала (рис. 1).

При изменении коэффициента k частотной трансформации меняется сама функция фазовой модуляции $\varphi(t)$, то есть меняется модулирующий коэффициент $m(t)$, причем высокие мгновенные частоты, в силу уравнения (7), подвергаются большему изменению, чем низкие (при $k > 1$ высокие мгновенные частоты увеличивают мгновенную частоту в большей степени, чем низкие).

В качестве примера рассмотрим случай удвоения мгновенных частот (рис. 2), являющийся альтернативой процедуре замены трассы абсолютными значениями сигнала (переход к модульному разрезу). В этом случае на месте одного периода будут помещаться два при сохранении амплитудной огибающей $a(t)$, и все экстремумы исходной трассы преобразуются в максимумы. Обычно такая процедура применяется при визуализации окончательного временного разреза для увеличения визуальной информативности при его интерпретации. На таком разрезе целевой горизонт может прослеживаться по положительным и отрицательным фазам. Однако, удвоение мгновенных частот, в отличие от преобразования к модульному виду, сохраняет "гармоничность" сейсмозаписей и,

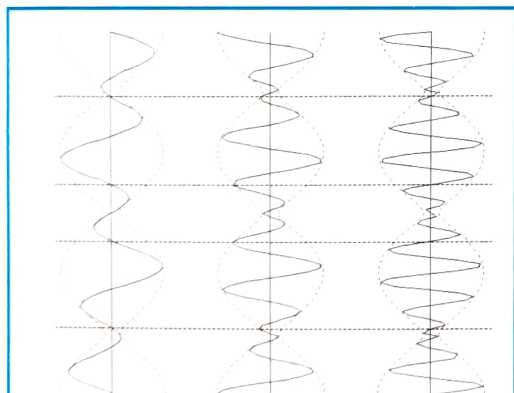


Рис. 2 Примеры трансформации мгновенных частот. Слева направо: исходный сигнал и сигналы с удвоенными и утроенными мгновенными частотами. Пунктир - амплитудная огибающая. Точки на оси - границы видимых периодов

следовательно, позволяет применять к трансформированному сигналу весь набор операций, выполняемых над сеймотрассами.

Любые частотно-фазовые преобразования сейсмозаписей имеют смысл только при условии, что, выполнив обработку с трансформацией мгновенных характеристик сигнала, мы будем иметь возможность вернуться в область исходного фазового диапазона, восстановив правильное фазовое положение горизонтов и их частотный состав. Иными словами, необходимо, чтобы описываемые частотно-фазовые процедуры были обратимы. С этой точки зрения

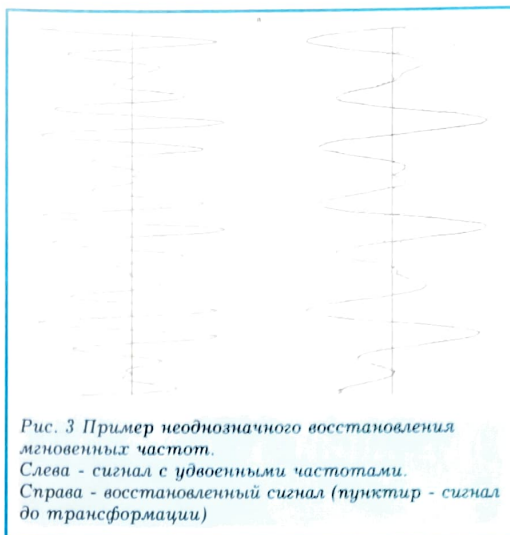


Рис. 3 Пример неоднозначного восстановления мгновенных частот. Слева - сигнал с удвоенными частотами. Справа - восстановленный сигнал (пунктир - сигнал до трансформации)

определенной осторожности требуют преобразования, связанные с трансформацией мгновенных фаз, так как фазовый угол $\varphi(t)$ является немонойтоной разрывной функцией, ограниченной пределами $-\pi < \varphi \leq \pi$.

Рассмотрим случай частотно-фазовой трансформации $\varphi(t) = k\psi(t)$ при $k > 1$. Для обратного преобразования мгновенных фаз $\psi(t) = n\varphi(t)$, где $n = 1/k$, $n < 1$, требуется предварительное выполнение процедуры "анрепинг" (unwarp), то есть приведение фазовой кривой к монотонному виду. Однако, ввиду дискретизации сигнала и, соответственно, фазовой информации, существуют области ненадежного определения фазы (при значениях сигнала близких к нулю). В этом случае для однозначного восстановления требуется дополнительная информация, например, знаковое кодирование сейсмозаписей. Формальное применение к фазовой кривой $\varphi(t)$ коэффициента частотной трансформации $n = 1/k < 1$ может привести к восстановлению каждой фазы исходного сигнала с точностью до знака. На рис. 3 приведен пример такого неоднозначного восстановления.

Опыт показал, что наиболее простым и приемлемым решением проблемы восстановления фазовой и частотной информации является использование, на этапе обратной трансформации мгновенных частот, исходного разреза мгновенных фаз $\psi(t)$ совместно с полученной динамической характеристикой $\hat{a}(t)$ разреза.

Описанная процедура может эффективно применяться как на этапе обработки исходных сейсмограмм, так и по временному разрезу. На временных разрезах высокочастотная трансформация (рис. 4) дает возможность выполнения более эффективной многоканальной фильтрации с последующим восстановлением мгновенных частот.

Литература.

1. Канасевич Э. Р. Анализ временных последовательностей в геофизике: Пер. с англ. В. Н. Лисина М.: Недра, 1985, 400 с..
2. Клаербоут Д. Ф. Теоретические основы обработки геофизической информации. М., Недра, 1981, 304 с.
3. Кловский Д. Д. Теория передачи сигналов. М., Связь, 1973, 374 с.

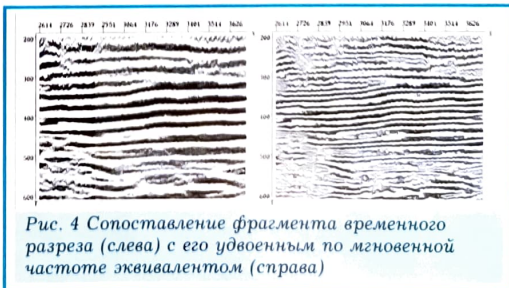


Рис. 4 Сопоставление фрагмента временного разреза (слева) с его удвоенным по мгновенной частоте эквивалентом (справа)

ИНСТРУМЕНТАРИЙ ГЕОФИЗИКА-ИНТЕРПРЕТАТОРА ТЕОРИЯ